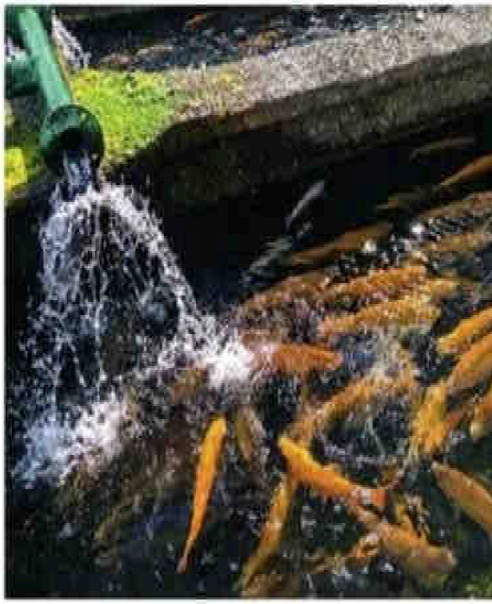
Faire la situation 3 ci-dessous en mettant l'accent sur la rédaction.

Un phénomène de pollution



Un bassin destiné à la pisciculture contient 30 000 litres d'eau pure. À cause d'un phénomène de pollution, une eau polluée à 4 % par une substance chimique se déverse dans le bassin de façon continue à la vitesse moyenne de 150 litres par heure. À partir de ce même moment, le bassin se vide à la même vitesse afin de ne pas déborder. On note $V(t)$ le volume, en litre, de la substance chimique présente à l'instant t, en heure, dans le bassin. On a ainsi $V(0) = 0$.

On se place à un instant t_0 ($t_0 \geqslant 0$).

a. Montrer qu'entre les instants t_0 et $t_0 + h$, avec $h > 0$, le volume de la substance chimique que reçoit le bassin est $6h$ litres.

b. Montrer qu'entre les instants t_0 et $t_0 + h$, avec $h > 0$, le volume de la substance chimique qui s'échappe du bassin est égale à $0{,}005 \times V(t_0) \times h$ (on suppose que le taux de pollution reste constant entre t_0 et $t_0 + h$ pour h petit).

c. En déduire que $V(t_0 + h) - V(t_0) = 6h - 0{,}005 \times V(t_0) \times h$, puis le taux d'accroissement, entre les instants t_0 et $t_0 + h$, du volume de la substance chimique dans le bassin.

d. On admet que la fonction $V(t)$ est dérivable en t_0.
Déduire alors de la question précédente l'expression de $V'(t_0)$ en fonction de t_0.

e. En déduire une équation différentielle dont la fonction V est solution.

a. On a obtenu le résultat ci-contre avec un logiciel de calcul formel. Interpréter et vérifier le résultat obtenu.

RésolEquaDiff(y′ + 0.005 y = 6, (0, 0))

→ $y = -1200\, e^{-\frac{x}{200}} + 1200$

b. CALCULATRICE Tracer à la calculatrice la courbe de la fonction V solution du problème, en choisissant des unités adaptées.

c. On estime que la vie des poissons est en danger lorsque que le taux de substance chimique dans l'eau du bassin atteint 2 %. Déterminer graphiquement combien de temps après le début de la pollution ce taux sera atteint.