Etude d’un pendule simple

Toutes les questions auxquelles il vous est demandé de répondre se trouvent sur le compte-rendu.

⇒ Matériel personnel nécessaire : règle graduée de 30 cm, calculatrice et papier millimétré.
+ Ressources Moodle

1. Objectifs de ce TP :

Vérifier les lois théoriques de l’oscillateur harmonique à l’aide d’un pendule simple.
Constater les effets à grandes oscillations.
Estimer l’incertitude sur une mesure.
Estimer la valeur de l’accélération de la pesanteur g.

Matériel disponible : chronomètre, pendule simple avec masselotte sphérique de 30 mm de diamètre fixée sur support vertical constitué d’un réglet et d’un miroir.

2. Contexte de l’expérience

On étudie le mouvement du pendule simple de longueur l, écarté de sa position verticale de repos d’un angle θ_m, puis lâché (voir figure 3). L’utilisation de la deuxième loi de Newton conduit, lorsque les frottements sont négligés, à l’équation différentielle du mouvement :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2 \sin\theta = 0 \quad \text{(Eq.8)}$$

où θ, appelé élongation angulaire, est l’angle à l’instant t entre le pendule et la verticale.

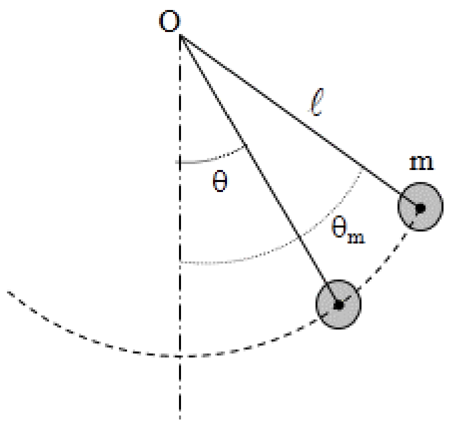

Figure 1 -Schéma d’oscillation d’un pendule simple

Dans le cas général, cette équation différentielle n’a pas de solution analytique. Deux modèles physiques sont à vérifier expérimentalement : le cas des oscillations de petite (2.1) et de grande (2.2) amplitude.

2.1. Le cas des oscillations de petite amplitude

Lorsque les oscillations sont de petite amplitude, on peut admettre que $\sin\theta \approx \theta$ et on obtient alors une équation différentielle linéaire en θ :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}+\omega_0{}^2\theta=0 \text{ avec } \omega_0=\sqrt{\frac{g}{l}}$$

où ω_0 est la pulsation propre du pendule, g est la norme de l'accélération due à la pesanteur et l est la longueur du pendule.
La solution de cette équation différentielle du second ordre à coefficients constants, sans second membre, s'écrit :

$$\theta(t)=\theta_m\cos(\omega_0 t+\phi)=\theta_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\phi\right)$$

$$\text{avec } \boxed{T_0=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} \text{ (Eq.9)}$$

où T_0 est la période propre, θ_m l'amplitude angulaire et φ la phase à l'origine ; θ_m et φ sont déterminées par les conditions initiales du mouvement. Un tel oscillateur, dont l'évolution au cours du temps est décrite par une fonction sinusoïdale et dont la période T_0 ne dépend que des caractéristiques du système (l et g), est qualifié d'**harmonique.**

2.2. Le cas des oscillations de grande amplitude

Lorsque les oscillations sont de grande amplitude, on peut montrer en résolvant l'équation (8) que la période du mouvement dépend de l'amplitude θ_m et qu'elle s'écrit, au deuxième ordre en θ_m :

$$\boxed{T(\theta_m)=T_0\times\left(1+\frac{\theta_m^2}{16}\right)} \text{ avec } \theta_m \text{ en radian. (Eq.10)}$$

3. Description du dispositif expérimental

On dispose d'un chronomètre et d'un pendule simple constitué d'une masselotte sphérique de diamètre d = 30 mm, suspendue par un fil de longueur variable attaché à une tige horizontale fixée sur un support vertical. Un dispositif de deux points d'attache, situés au niveau de la graduation 0 d'un réglet fixé au support, permet d'éviter les déviations du plan d'oscillation du pendule. Un miroir, fixé à proximité du réglet, permet d'effectuer des mesures de longueur sans commettre d'erreur de parallaxe.

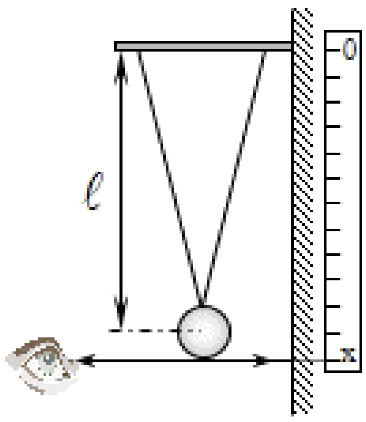

Figure 2 – Schéma du montage et observation sans parallaxe.

La longueur *l* du pendule est la distance entre la graduation 0 du réglet et le centre de masse de la masselotte. Pour effectuer la mesure de *l*, on se sert du miroir afin de repérer sur le réglet la graduation correspondant à la **base** de la masselotte sphérique sans commettre d'erreur de parallaxe (voir figure 4). **On retranche alors le rayon de la masselotte** afin d'obtenir la position du centre de celle-ci. Le pendule simple utilisé est considéré comme idéal : le fil est inextensible et sa masse est négligeable devant celle de la masselotte suspendue.

4. Expériences et analyses des résultats

Reportez-vous au compte-rendu pour effectuer les mesures demandées pour pouvoir étudier la période d'oscillation dans le cas des petites puis des grandes oscillations. Analysez vos résultats et commentez ces deux méthodes. Complétez votre compte-rendu par une introduction rappelant les objectifs de ce TP et une conclusion synthétisant ce que vous avez réalisé durant ce TP et les conclusions que vous en avez tirées.