Université de Maroua
****
Ecole Nationale Supérieure Polytechnique
****

The University of Maroua
****
National Advanced School of Engineering
****

Contrôle Continu de ESB 113 : ELECTROMAGNETISME I

Durée : 2H00 / Crédit : 04 / Examinateurs : Dr. MIMSHE

Exercise 1: Scalar and vector fields — 5 marks

1. Quiz: True or false

a) A vector field with zero curl is said to be solenoidal; **[0,5mk]**

b) The divergence computes a scalar quantity from a vector field by differentiation. **[0,5mk]**

2. Select the good answer

Q 1 Let $\vec{A} = 3\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + \vec{k}$, $\vec{B} = 2\vec{\imath} + \vec{\jmath} + \vec{k}$ and $\vec{C} = \vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + 4\vec{k}$.
The volume of the parallelepiped with edges $\vec{A}$, $\vec{B}$ and $\vec{C}$ is equal to: **[1mk]**

A	B	C	D
2	3	4	5

Q 2 Let $\phi(\vec{r}) = xyz$. The value of $\int_C (\vec{\nabla}\phi)\cdot d\vec{r}$ from (0,0,0) to (1,1,1) is equal to **[1mk]**

A	B	C	D
0	1	2	3

Q 3 Let $\vec{u} = u_r\vec{e}_r + u_\theta\vec{e}_\theta$; $u_r = 2r(1 + cos^4\theta)cos^{-2}\theta$ and $u_\theta = -2r\sin\theta(-1 + cos^4\theta)cos^{-3}\theta$. If $\vec{u} = \vec{\nabla}\phi$, then ϕ is given by : **[1,5mks]**

A	B	C	D
$\frac{r}{cos^2\theta}(1 + cos^4\theta)$	$\frac{r}{sin^2\theta}(1 + cos^4\theta)$	$\frac{r^2}{cos^2\theta}(1 + cos^4\theta)$	$\frac{r^2}{sin^2\theta}(1 + cos^4\theta)$

Exercice 2 : Électrostatique — 11 points

Partie A : Champ électrostatique / 4 points

Deux charges électriques ponctuelles négatives et égales $-Q$ ($Q > 0$) sont placées aux points de coordonnées $A\,(0\,;\,-d)$ et $B(0\,;\,d)$ dans un repère orthonormé xOy, d étant positif.

Q 4 L'expression du champ résultant $\vec{E_x}$, en M (x, 0) [où x > 0] est : **[1,5pt]**

A	B	C	D
$\vec{E}_x(M) = \frac{2kQx}{(x^2+d^2)^{3/2}}\vec{\imath}$	$\vec{E}_x(M) = \frac{kQx}{(x^2+d^2)^2}\vec{\imath}$	$\vec{E}_x(M) = \frac{-2kQx}{(x^2+d^2)^{3/2}}\vec{\imath}$	$\vec{E}_x(M) = \frac{-kQx}{(x^2+d^2)^2}\vec{\imath}$

Q 5 Les coordonnées du point de l'axe (Ox) ou la grandeur E_x est maximale **[1,5pt]**

A	B	C	D
$M(d\sqrt{2}\,;\,0)$	$M(-d\sqrt{3}/2\,;\,0)$	$M(d\sqrt{2}/2\,;\,0)$	$M(-d\sqrt{3}\,;\,0)$

Q 6 Une charge ponctuelle $+Q$ est placée en M. Pour une position x << d, la force F_x que subie cette charge peut se mettre sous la forme $F_x = ax$; où a est une constante définie par : **[1pt]**

A	B	C	D
$a = 2kQ^2/d^3$	$a = 2kQ^2/d^2$	$a = kQ/d^2$	$a = 2kQ^2/d$

Partie B : Distribution discontinue de charges / 2 pts

Q 7 Quatre charges ponctuelles sont placées aux sommets d'un carré de côté a.
On donne :$q_1 = q$; $q_2 = -2q$; $q_3 = 2q$; $q_4 = -q$; $a = 1m$. Le champ électrostatique régnant au centre du carré est donné par la relation : **[2pts]**

A	B	C	D
$\vec{E} = \left(\frac{4qk\sqrt{2}}{a^2}\right)\vec{e}_y$	$\vec{E} = \left(\frac{4qk\sqrt{2}}{a^2}\right)\vec{e}_x$	$\vec{E} = \left(\frac{2qk\sqrt{2}}{a^2}\right)\vec{e}_y$	$\vec{E} = \left(\frac{2qk\sqrt{2}}{a^2}\right)\vec{e}_x$

Partie C : champ d'un demi-cercle et d'un demi-disque chargés / 5pts

Un arc de cercle $\widehat{CC'}$, de centre O et de rayon R, d'angle au sommet 2α, situé dans le plan xOy,porte une charge λ par unité de longueur, repartie uniformément. Soit Ox la bissectrice de $\widehat{COC'}$ et OZ l'axe perpendiculaire au plan COC'. On posera $u = z/R$

Q 8 Les composantes du champ électrique $\vec{E}$ en un point M de l'axe OZ, de côte $z = OM$. **[2pts]**

A	B	C
$E_x = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left[\frac{\cos\alpha}{R(1+u^2)^{1/2}}\right]$ $E_y = 0$ $E_z = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left[\frac{z\alpha}{R^2(1+u^2)^{3/2}}\right]$	$E_x = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left[\frac{\sin\alpha}{R(1+u^2)^{3/2}}\right]$ $E_y = 0$ $E_z = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left[\frac{z\alpha}{R^2(1+u^2)^{3/2}}\right]$	$E_x = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left[\frac{\sin\alpha}{R(1+u^2)^{3/2}}\right]$ $E_y = 0$ $E_z = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left[\frac{z}{R^2(1+u^2)^{3/2}}\right]$

Q 9 Les composantes du champ électrique $\vec{E}$ Au centre O est : **[1pt]**

A	B	C	D
$E_0 = \frac{\lambda\sin\alpha}{2\pi\varepsilon_0 R}$	$E_0 = \frac{\lambda\cos\alpha}{2\pi\varepsilon_0 R}$	$E_0 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}$	$E_0 = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0 R}$

Q 10 En utilisant les résultats précédents, le module du champ $E(u)$ et le potentiel électrique $V(u)$ au point M de côte z, dans le cas d'un demi-cercle sont : **[2pts]**

A	B	C
$E(u) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\left[\frac{\sqrt{1+(\pi u/2)^2}}{(1+u^2)^{1/2}}\right]$ $V(u) = \frac{\lambda}{4\varepsilon_0}\left[\frac{\alpha}{(1+u^2)^{1/2}}\right]$	$E(u) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\left[\frac{\sqrt{1+(u/2)^2}}{(1+u^2)^{3/2}}\right]$ $V(u) = \frac{\lambda}{4\varepsilon_0}\left[\frac{z}{1+u^2}\right]$	$E(u) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\left[\frac{\sqrt{1+(\pi u/2)^2}}{(1+u^2)^{3/2}}\right]$ $V(u) = \frac{\lambda}{4\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(1+u^2)^{1/2}}\right]$

Exercice 3 : Conducteurs électrostatiques — 4 points

Un câble coaxial de longueur L (L très grand) est formé par : **Un conducteur cylindrique central de rayon R_1 ; Une couche isolante de rayon extérieur $R_2 = 10mm$ de constante diélectrique $\varepsilon_r = 7,2$; Un conducteur**. L'ensemble forme un condensateur cylindrique chargé, puis isolé.

Q 11 La capacité C de ce condensateur (en supposant que l'isolant est le vide) est : **[2pts]**

A	B	C	D
$C = \frac{2\varepsilon_0 L}{\ln(R_2/R_1)}$	$C = -\frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln(R_1/R_2)}$	$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln(R_1/R_2)}$	$C = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln(R_2/R_1)}$

B 12 Le champ électrique E dans l'isolant à la distance x de l'axe, en fonction de la ddp V entre les conducteurs (cette relation est la même que dans le vide) est : **[0,5pt]**

A	B	C	D
$E = \frac{V}{x\ln(R_2/R_1)}$	$E = \frac{xV}{\ln(R_2/R_1)}$	$E\ \frac{V}{x\ln(R_1/R_2)}$	$E = \frac{V}{\ln(x R_2/R_1)}$

B 13 La valeur maximale du champ est : **[0,5pt]**

A	B	C	D
$E = \frac{V}{R_1\ln(R_2/R_1)}$	$E = \frac{R_1 V}{\ln(R_2/R_1)}$	$E\ \frac{V}{R_1\ln(R_1/R_2)}$	$E = \frac{V}{\ln(R_2/R_1)}$

B 14 L'isolant supporte au maximum un champ $E_{max} = 7,210^5 V/m$. La valeur de R_1 à utiliser pour que V soit aussi élevé que possible est **[N.B** : $\ln e = 1$] : **[1pt]**

A	B	C	D
$R_{1max} = eR_2$	$R_{1max} = \frac{R_2}{e}$	$R_{1max} = \frac{e}{R_2}$	$R_{1max} = R_2$