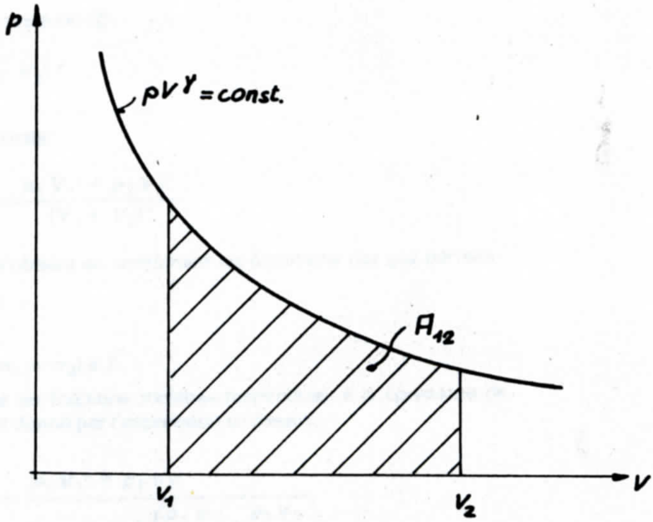
Problème n° 1198

Dans une carabine à air comprimé, l'accélération de la balle est produite par la détente du gaz. Sachant que le volume initial d'air est 6 cm³, à une pression de 12 kp/cm² et une température de 20°C, déterminer la vitesse du projectile à la sortie. On admet une détente adiabatique du gaz et on néglige tout frottement.

Masse de la balle : $m = 1$ g

Canon de longueur : $l = 1$ m, de diamètre $d = 5$ mm.

Solution n° 1198



La détente adiabatique est caractérisée par la relation :
pV^{γ} = constante
avec $\gamma = 1{,}40$ pour les gaz diatomiques (O_2, N_2, ...)
Le travail fourni par cette détente vaut :

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = p_1 V_1^{\gamma} \cdot \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^{\gamma}}$$

$$= p_1 V_1^{\gamma} \frac{V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma}}{1-\gamma} \quad [Nm] = [J]$$

Avec : $p_1 = 12\,\text{kp/cm}^2 = 11{,}8 \cdot 10^5\,\text{N/m}^2$
$V_1 = 6 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^3$
$V_2 = 1 \cdot (2{,}5 \cdot 10^{-3})^2 \cdot \pi = 19{,}6 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^3$

Il vient : $A_{12} = 6{,}676$ J

A_{12} correspond à l'énergie cinétique de la balle :

$$\frac{1}{2} m v^2 = A_{12}$$

$$\text{donc : } v = \sqrt{\frac{2A_{12}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}676}{10^{-3}}}$$

$$v = 116\,\text{m/s}$$

***Erratum.* — Dans la donnée de ce problème, publié dans la *R.P.* N° 1310, il a été mentionné par erreur « pression *relative* ». Il est cependant clair qu'une pression absolue doit être introduite dans les relations.**