Démonstration des formules (18)

La résultante $\mathcal{F}$ des efforts exercés sur le contour (c) de l'obstacle est donnée par :

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_x - i\mathcal{F}_y = \frac{i\rho}{2}\int_c \left(\frac{df}{dz}\right)^2 dz$$

Effectuons alors la transformation conforme $g(z)$ appliquant le contour (c) sur le cercle (C) du plan (Z) ; On sait, d'après les résultats (15) et (11) précédents que :

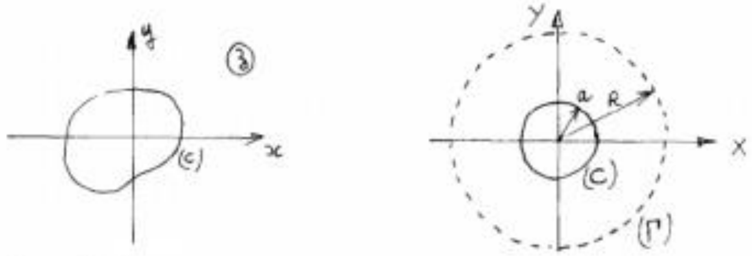
i) au voisinage de l'infini, on a :

$$z = Z + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{Z^n}$$

ii) dans le plan (Z), le potentiel de l'écoulement est celui de l'écoulement autour d'un cercle (11), soit :

$$f(z) = F(Z) = V_\infty\left(Z + \frac{a^2}{Z}\right) - \frac{i\Gamma}{2\pi}\operatorname{Log} z$$

Enfin, comme $f(z)$ et $F(Z)$ sont holomorphes en dehors respectivement de (c) et (C), on peut déformer le contour (c) intervenant dans le calcul de l'intégrale et évaleur celle-ci, dans le plan (Z), sur un contour circulaire (Γ), centré à l'origine et de rayon R croissant indéfiniment.



Il vient ainsi :

$$\mathcal{F} = \frac{i\rho}{2}\int_c \left(\frac{df}{dz}\right)^2 dz = \frac{i\rho}{2}\int_\Gamma \left(\frac{dF}{dZ}\right)^2 \frac{dZ}{dz}\, dZ$$

avec :

$$\frac{dF}{dZ} = V_\infty\left(1 - \frac{a^2}{Z^2}\right) - \frac{i\Gamma}{2\pi z}$$

$$\left(\frac{dZ}{dz}\right)_\Gamma = \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n a_n}{Z^{n+1}}\right)_\Gamma^{-1}$$

Je ne comprends pas le signe + et le n=1

$$? \quad \left(1 - \sum_0^\infty \frac{n a_n}{Z^{n+1}}\right)^{-1}$$

soit :

$$\mathcal{F} = \frac{i\rho}{2}\int_\Gamma \left(V_\infty^2 - \frac{iV_\infty\Gamma}{\pi Z} + \frac{k}{Z^2} + \cdots\right)\left(1 + \frac{k'}{Z^2} + \cdots\right) dZ$$

Je ne comprends pas comment on peut se ramener à une série d'Alembert

D'après le théorème des résidus, seul le terme en $1/Z$ donne une contribution non nulle et égale à :

$$\mathcal{F} = \frac{i\rho}{2}(2i\pi)\left(-\frac{iV_\infty\Gamma}{\pi}\right)$$

soit : $\mathcal{F} = \mathcal{F}_x - i\mathcal{F}_y = i\rho V_\infty \Gamma$