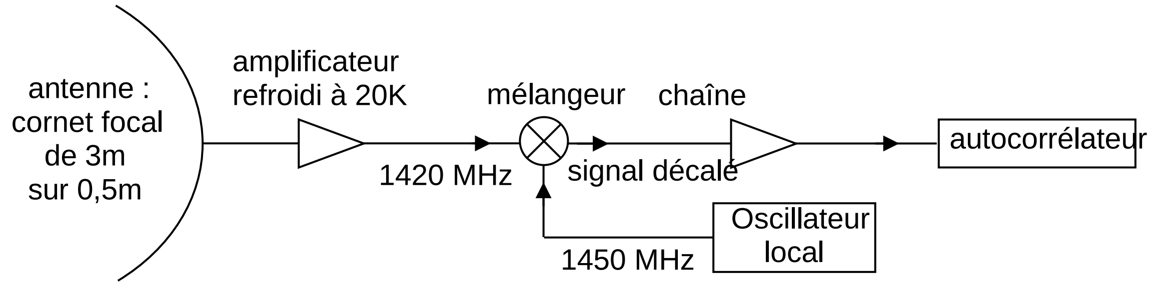
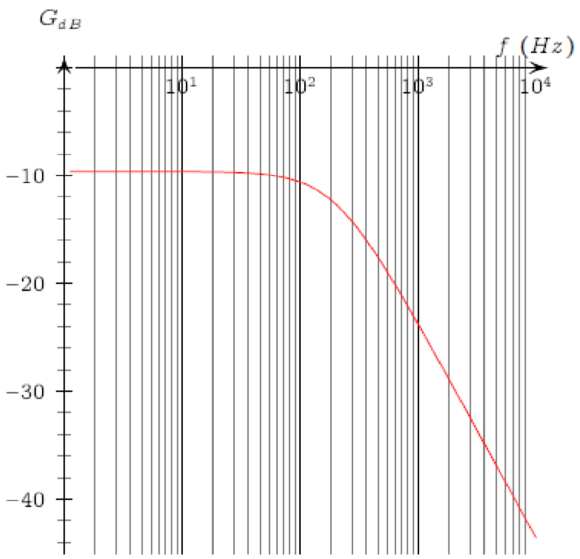
Partie A – Filtre passe-bas atténué

Inauguré en 1965, le radiotélescope de Nançay a été créé pour étudier le décalage Doppler de la raie 21cm de l'atome d'hydrogène due au couplage spin nucléaire- spin électronique. C'est un moyen privilégié d'étude de la cinématique de l'hydrogène interstellaire, et donc des mouvements dans l'univers.
De 1956 à 1967, de nombreux chercheurs ont travaillé à la très délicate mise au point de la chaîne de réception suivante.

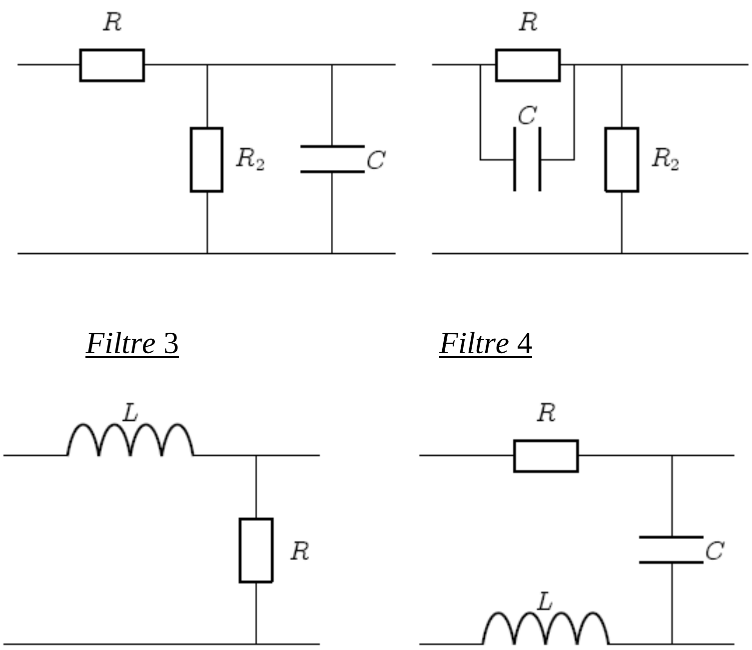


On se propose de reproduire simplement le principe d'un mélangeur-filtreur en se plaçant 6 décades plus bas en fréquence pour une expérimentation possible plus aisée.

Diagramme de Bode



Donnée : $R = 150\ \Omega$



Recherche du filtre adapté

On cherche à réaliser un filtrage de type passe-bas atténué, dont le gain correspond au diagramme de Bode donné.

1- Pour chacun des filtres ci-dessus, déterminez sans calcul le type de filtre. On déterminera pour cela les réponses limites à basse et haute fréquence. Déduisez-en quel filtre correspond au diagramme fourni.

2- Exprimez les fonctions de transfert pour le filtre retenu.

3- Effectuez l'étude asymptotique de ce filtre.

4- Déterminez alors les valeurs des composants inconnus.

5- Tracez le diagramme de Bode pour la phase.

Utilisation du filtre

6- *Mélangeur – dédoublement de fréquence*

On a deux tensions : $a(t) = A\sqrt{2}\cos\left(2\pi f_a t\right)$ f_a =1420 Hz

$e_0(t) = E_0 . \sqrt{2}\cos\left(2\pi f_0 t + \phi_0\right)$ f_0 =1450 Hz

A l'aide d'un multiplieur ; on obtient en sortie une tension :

$$m(t) = a(t).\, e_0(t)$$

Démontrez que $m(t)$ est la superposition de deux signaux sinusoïdaux de fréquences f et $f' > f$:

$$m(t) = M\,[\cos\left(2\pi f t + \phi_0\right) + \cos\left(2\pi f' t + \phi_0\right)]$$

Calculez numériquement f et f'. Quel est l'intérêt d'avoir ainsi dédoublé la fréquence ?

7- *Le filtrage*

On injecte le signal $m(t)$ à l'entrée du filtre.

La sortie est alors de la forme : $s(t) = S.\cos\left(2\pi f t + \phi_S\right) + S'.\cos\left(2\pi f' t + \phi_{S'}\right)$.

Calculez numériquement S/S' ; que valent ϕ_S et $\phi_{S'}$? Conclure.

Partie B – ÉTUDE D'UNE CELLULE DE FILTRAGE

De nombreux circuits électroniques sont alimentés avec une tension continue de 5 V. Une “ alimentation à découpage ” transforme, en plusieurs étapes, la tension alternative sinusoïdale du réseau électrique en une tension continue. La dernière étape consiste à filtrer une tension rectangulaire représentée *figure 1* par le filtre passif “ L, C ” de la *figure 2* dans lequel la résistance R représente l'ensemble des circuits que l'on souhaite alimenter sous une tension presque parfaitement continue. On se propose dans ce problème de comparer deux méthodes de calcul pour évaluer les performances du filtre.

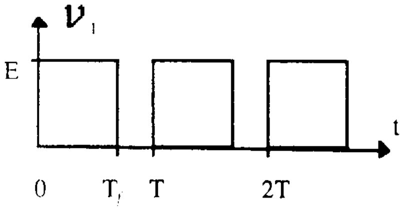


figure1

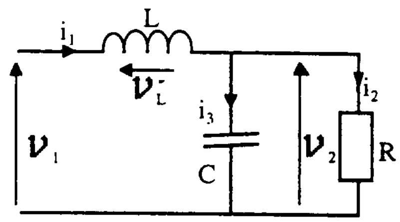


figure 2

Analyse harmonique

On établit à l'entrée du filtre de la *figure 2* une tension sinusoïdale $v_1(t)$ de pulsion ω. On adopte la notation complexe.

On notera : $\omega_0^2 = \dfrac{1}{LC}$ et $Q_0 = \dfrac{R}{L\omega_0} = RC\omega_0$.

1. Montrer que la fonction de transfert complexe de ce montage peut s'écrire :

$$\underline{H} = \frac{\underline{v_2}}{\underline{v_1}} = \frac{1}{1 - \left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\,\dfrac{\omega}{Q_0\omega_0}}$$

2. *Étude en échelle linéaire de la fonction de transfert.*

a. Quelle inégalité doit vérifier Q_0 pour que la courbe représentative de $H = |\underline{H}|$ en fonction de la pulsation ω présente un extremum ?

b. Quelle est alors, en fonction de ω_0 et Q_0, la pulsation ω_r de l'extremum de H et la valeur de H_{max} ?

c. Représenter les deux allures possibles (suivant la valeur de Q_0) de la courbe représentative H en fonction de la pulsation ω en faisant clairement apparaître les points de pulsations remarquables ($\omega = 0$ et $\omega = \omega_0$) Tracer l'allure de la phase $\varphi = Arg\,(\underline{H})$ en fonction de la pulsation ω .

d. Interprétez le coefficient de qualité par rapport à la courbe représentée dans le cas $Q_0 > 5$?

3. *Étude en échelle logarithmique.*

a. Rechercher les équations des directions asymptotiques de la courbe

$$G = 20.\log|\underline{H}| = f(\log \omega).$$

b. Tracer les directions asymptotiques et représenter les deux allures possibles des courbes réelles par rapport à ces directions asymptotiques.

4. On applique au filtre le signal rectangulaire v_1 (t) représenté à la *figure 1*. On appelle $\alpha = T_1/T$ le rapport cyclique variable ($0 < \alpha < 1$) de la tension v_1 (t) .

Calculer la valeur moyenne V_{moy} de $v_1(t)$. Exprimer en fonction de la période T la pulsation ω_f du fondamental . L'amplitude V_f du fondamental vaut : $V_f = \dfrac{2E}{\pi} sin(\pi\alpha)$

5. On admet que le signal rectangulaire $v_1(t)$ est correctement représenté par la superposition de sa composante continue V_{moy} et de son terme fondamental d'amplitude V_f .

a. Calculer la valeur moyenne V_{20} du signal $v_2(t)$ à la sortie du filtre.

b. Exprimer l'amplitude V_{2f} de la composante alternative de $v_2(t)$ en sortie du filtre en fonction de α , E , Q_0 , ω_0 et T. En déduire l'ondulation crête à crête ΔV_2.

6. *Application numérique.*

Le signal rectangulaire a une fréquence $f = 1/T = 10$ kHz et une amplitude $E = 10$ V.
On souhaite obtenir en sortie $V_{20} = 5$ V pour $I_{20} = 10$ A. Les circuits électroniques alimentés fonctionnent correctement si ΔV_2 n'excède pas 100 mV.

a. Calculer α et R .

b. On choisit $L = 125$ mH. Quelle valeur faut-il donner au condensateur C pour que la condition $\Delta V_2 \leq 100$ mV soit respectée avec l'hypothèse faite en 5. ?