

TP d'introduction 4

Objectifs pédagogiques

régimes transitoire et stationnaire	Caractérisation d'un système (dynamique)
impédances d'entrée et de sortie	Caractérisation d'un système (impédance)
fonction de transfert	Caractérisation d'un système (Fourier/Laplace)
saturation d'un amplificateur	Caractérisation d'un système (non-linéarité)
déclenchement et synchronisation à l'oscilloscope	Appareils de mesures (manipulation)
premier pas de FFT	Appareils de mesures (représentation)

Matériel utilisé

oscilloscope	AOP TL081 ×2	plaque à trous
GBF	résistances $10\Omega \times 2$	
multimètre	capacités $10\text{nF} \times 2$	
alimentation continue	potentiomètres $10\text{k}\Omega \times 2$	

Résumé du TP

Le but de ce TP est d'une part de comprendre l'intérêt de la caractérisation spectrale d'un système, d'autre part de comprendre l'intérêt de la caractérisation des impédances d'entrée et de sortie d'un système quant à l'association d'étages.

1 Introduction au TP

Dans ce TP, on s'appuie sur l'exemple d'un système de transfert d'information tel qu'une transmission par câble ou par antenne. Afin d'étudier ce système, ce dernier sera divisé en deux blocs fonctionnels qui peuvent être étudiés un à un, puis associés entre eux.

Un filtre représente la ligne de communication support d'un signal (en tension), par exemple pour synchroniser deux appareils. Il est alors primordial que le signal transmis de l'un à l'autre ne soit ni distordu ni atténué. Autrement dit, la tension à la sortie de la ligne est égale à celle de l'entrée. Pour simplifier, on supposera que le signal est sinusoïdal de fréquence f_0 . S'il ne l'est pas on décomposera le problème pour revenir vers cette hypothèse grâce à la représentation spectrale (voir plus loin).

À cause de la diffusion et des pertes dans la ligne, on doit lui adjoindre un amplificateur, soit en amont pour envoyer un signal plus fort, soit en aval pour amplifier le signal reçu. Les deux solutions peuvent être étudiées et comparées.

Ce TP comporte deux parties : une première partie se concentre sur la caractérisation de chacun des deux blocs fonctionnels, le filtre et l'amplificateur, une deuxième partie permet d'étudier l'enchaînement des deux étages.

1.1 Les étages

Dans les systèmes complexes tels que ceux de l'électronique, rares sont les cas où les montages sont conçus de A à Z d'un seul coup. La plupart du temps des étages (blocs fonctionnels) sont identifiés et réalisés les uns après les autres. Dans notre exemple un étage correspond au câble (modélisé par le filtre), un autre à l'amplificateur.

Il est important de pouvoir prévoir ce que donnera l'association de ces blocs à partir de la modélisation individuelle de chacun d'eux. Pour simplifier ce travail il est important que le fonctionnement de l'un ne soit pas modifié par l'adjonction de l'autre.

Un bloc fonctionnel sera représenté avec son schéma équivalent de la Fig.1. Les principaux composants sont l'impédance d'entrée Z_e , le générateur de tension équivalent $f(v_e)$ et l'impédance de sortie Z_s . La fonction $f(v_e)$ indique que la sortie v_s dépendra de son entrée v_e à travers une fonction f à spécifier et son impédance de sortie Z_s . La fonction f peut être exprimée dans le domaine de Laplace, ce qui donnera la fonction de transfert exprimée dans le domaine de Laplace du bloc (voir TP1 – annexe C).

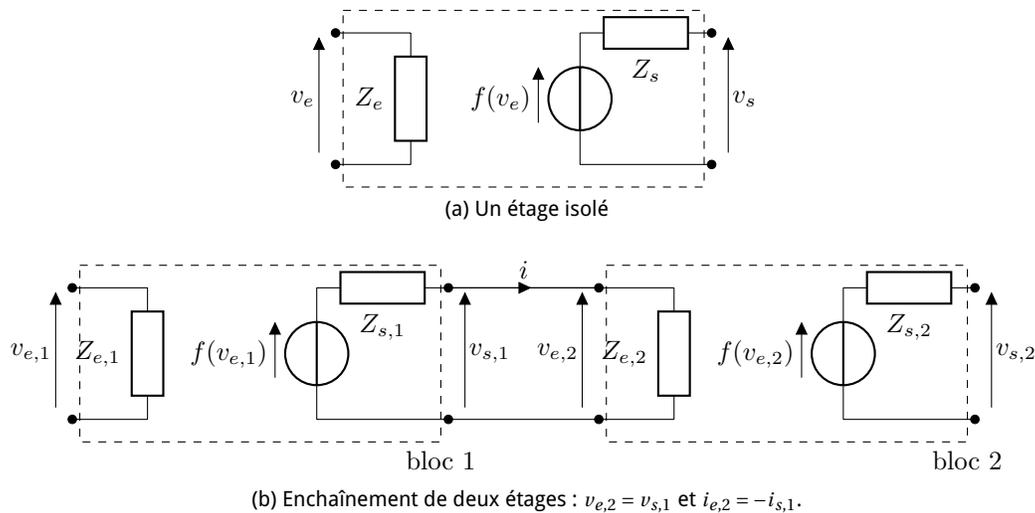


FIGURE 1: L'enchaînement d'étages.

Pour l'enchaînement d'étages, on cherche :

1. soit à garantir l'intégrité du signal (la tension est transmise sans perte ni distorsion) par le recours éventuel à une isolation d'étage ;
2. soit à garantir un transfert maximum de puissance, c'est l'adaptation d'impédance.

Soit $v_{g,1} = f(v_{e,1})$ la tension de sortie du premier étage et $Z_{s,1}$ l'impédance de sortie du générateur de tension équivalent. De même, soit $Z_{e,2}$ l'impédance d'entrée du second bloc. Quelle est la condition sur $Z_{e,2}$, à $Z_{s,1}$ fixée, pour que :

1. la tension $v_{g,1}$ soit transmise avec un minimum d'atténuation ?
2. la puissance transmise soit maximale (la puissance transmise à l'entrée du deuxième bloc est de $P = |i|^2 \frac{Z_{e,2} + Z_{e,2}^*}{2}$) ?

Compte tenu des caractéristiques de la ligne, les deux objectifs ne peuvent être tenus en même temps. Dans ce TP, on se focalise sur le maintien de l'intégrité du signal.

1.2 Représentation temporelle

Avec la représentation temporelle, un signal est caractérisé par la forme d'onde ou la forme fonctionnelle que celui-ci prend sur un intervalle de temps. Par exemple, $x(t) = \cos(2\pi f t)$, $\forall t \in \mathbb{R}$ ou encore $y(t) = e^{-t/\tau}$, $\forall t \in \mathbb{R}_+$. Dans ce TP seuls sont considérés des signaux réels et T -périodiques pour lesquels :

$$x(t + T) = x(t) \in \mathbb{R}, \forall t . \quad (1)$$

Le plus petit T pour lequel la relation est vraie est appelé la période du signal et son réciproque $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = T^{-1}$ est sa fréquence fondamentale.

1.3 Représentation spectrale

Les signaux T -périodiques peuvent être représentés en s'appuyant sur des séries, notamment des séries trigonométriques basées sur $\cos(2\pi f t)$ et $\sin(2\pi f t)$, ou encore – par l'égalité d'Euler – les exponentielles complexes $e^{j2\pi f t}$: ce sont les séries de Fourier (voir annexe A pour plus de détails et un exemple). Ainsi, un signal T -périodique $x(t)$ se décompose comme suit :

$$x(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_n e^{j2\pi n t / T}$$

où T est la période du signal et $c_n \in \mathbb{C}$ sont les coefficients de la décomposition. Chaque composante $e^{j2\pi n t / T}$ correspond à une fréquence $f_n = \frac{n}{T}$ et les coefficients $c_n = |c_n| e^{j\theta_n}$ donnent de l'information par rapport à la phase θ_n et de la proportion de l'énergie qu'occupe cette fréquence dans le signal :

$$\frac{|c_{-n}|^2 + |c_n|^2}{\sum_{k \in \mathbb{Z}} |c_k|^2} .$$

L'intérêt de la représentation spectrale est de caractériser le système pour les signaux sinusoïdaux à toutes les fréquences et de pouvoir en déduire le comportement pour un signal non sinusoïdal.

L'égalité de Parseval explicite le lien entre la valeur efficace d'un signal et les coefficients de la série :

$$x_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt} = \sqrt{\sum_{n \in \mathbb{Z}} |c_n|^2} \quad \text{et en particulier} \quad x_{\text{eff}} = \sqrt{c_0^2 + \sum_{n \in \mathbb{Z}_*} |c_n|^2} = \sqrt{\langle x \rangle^2 + \tilde{x}_{\text{eff}}^2} .$$

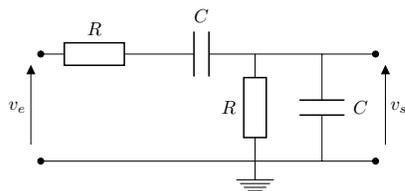
2 Travail en salle

2.1 Étude spectrale d'un filtre

Pour le filtre de la Fig.2 et un signal $v_e(t) = \hat{a} \sin(2\pi f t)$:

- quelle est la fréquence f_0 pour laquelle la fonction de transfert est purement réelle ?
- à f_0 , quel est alors le déphasage de la sortie par rapport à l'entrée ?
- quelle est l'expression de la valeur efficace du signal en entrée ?
- à f_0 , quelle est la valeur efficace du signal en sortie ?
- à f_0 , quels sont les gains en amplitude et en valeur efficace ?
- quel est le gain quand $f \rightarrow +\infty$? Et quand $f \rightarrow 0$?

Le but est de caractériser le filtre présenté Fig.2, avec des méthodes utilisées lors des TP précédents.



$$\frac{V_s}{V_e}(p) = \frac{pRC}{1+p3RC+p^2R^2C^2}$$

$$[p=J\omega] \frac{J\omega RC}{1-\omega^2R^2C^2+J\omega3RC}$$

FIGURE 2: Filtre de second ordre étudié dans ce TP.

Câbler le filtre de la Fig.2 avec $R = 10\text{k}\Omega$ et $C = 10\text{nF}$. Mettre en entrée un signal sinusoïdal de valeur efficace $v_{e,\text{eff}} = 1\text{V}$. Sans faire de relevé, balayer rapidement les fréquences en mesurant la tension de sortie au multimètre (valeur efficace) pour vérifier la cohérence avec la préparation.

Sur l'oscilloscope afficher le signal et les mesures d'amplitude, de valeur efficace et de déphasage (il peut-être utile de faire faire à l'oscilloscope un moyennage). Déterminer la valeur de la fréquence f_0 . Relever le gain et le déphasage du filtre à $f_0/10$, $f_0/3$, f_0 , $3f_0$, $10f_0$. Synthétiser ces mesures sur un graphique.

2.2 Étude du gain d'un filtre

Calculer la valeur efficace u_{eff} d'un signal sinusoïdal et d'un signal carré en fonction de leur amplitude \hat{a} . Donnez l'expression de la valeur efficace d'un signal a de moyenne $\langle a \rangle$ non nulle tel que $a = \langle a \rangle + \tilde{a}$ en fonction des valeurs moyenne $\langle a \rangle$ et efficace de la partie alternative \tilde{a}_{eff} .

Rappeler (ne pas les calculer !) les séries de Fourier pour des signaux continue, sinusoïdal et carré, ces deux derniers de fréquence fondamentale f_0 .

On veut maintenant comparer différents gains pour voir l'intérêt de la modélisation spectrale.

Sur l'oscilloscope afficher les mesures d'amplitude, de valeur efficace et de moyenne des signaux, en entrée et en sortie du filtre précédemment câblé (Fig.2). Déterminer le gain du filtre, calculé comme le rapport des valeurs efficaces en sortie et en entrée du filtre, pour différents signaux de fréquence f_0 : d'abord pour un signal sinusoïdal à moyenne nulle (déjà fait!), puis pour un sinus entre 0V et \hat{A} , enfin pour un signal carré (à moyenne nulle). Adaptez l'amplitude des signaux pour faciliter le calcul du gain.

Sur ce même filtre, déterminer le gain du filtre calculé cette fois comme rapport des amplitudes des signaux mesurées à l'oscilloscope en entrée et en sortie (pour les mêmes signaux que précédemment (sinus à moyenne nulle, sinus à moyenne non nulle et carré).

Comparer les gains exprimés par les deux méthodes et pour les différents signaux. Analyser.



Quel serait le signal en sortie de ligne si l'on met au départ un signal sinusoïdal de 1V , que ce signal soit pré-amplifié, tant et plus (1000x) que l'amplificateur sature complètement à 1V ?

 Pour le montage final laisser en place chaque partie câblée comme sur la fig.3.



FIGURE 3: Câblage par blocs sur la plaque à trous

2.3 Étude d'un amplificateur de tension

 Pour l'amplificateur de la figure4 :

- le potentiomètre R_p présentant une fraction αR_p entre l'entrée et V_- et le complément $(1 - \alpha) R_p$ en rétro-action, quel est le gain K ?
- quel est le déphasage de la sortie par rapport à l'entrée ?

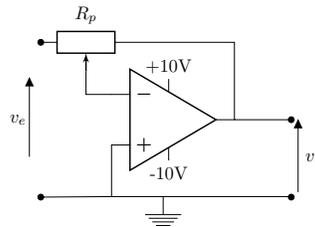


FIGURE 4: L'amplificateur inverseur de tension.

 Un amplificateur opérationnel (AOP) a besoin d'être alimenté. Ici, pour l'AOP utilisé (Fig.5) :

- afin de construire une alimentation symétrique ($-10V, 0V, +10V$), utiliser deux sources stabilisées de 10V en série et rapporter le point du milieu à la masse du montage.
- s'assurer que cet amplificateur soit utilisé dans son régime linéaire.

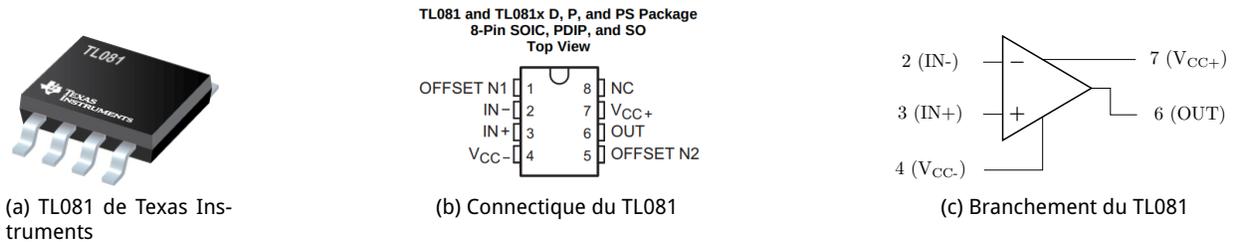


FIGURE 5: Schéma de branchement pour un AOP TL081 de Texas Instruments.

 La connectique du composant est donnée dans la Fig.5b. Faire un schéma de montage pour l'amplificateur de la Fig.4 en s'appuyant sur le schéma de branchement Fig.5c.

Laisser le filtre en place. Câbler l'amplificateur de la Fig.4 avec un potentiomètre de 10kΩ. Observer le signal en sortie de l'amplificateur pour un signal de $v_{e,eff} = 1V$ et de fréquence f_0 déterminée dans la partie 2.1, fin de contrôler que l'amplificateur fonctionne en régime linéaire. En surveillant que l'on reste en régime linéaire, régler alors le potentiomètre afin d'obtenir **un gain de trois** pour un signal.



Ne plus changer le gain de cet amplificateur dans ce qui suit ! (voire contrôler qu'il reste bien réglé à 3).

À f_0 , quelle est la sortie $\langle v_s \rangle$ pour $\langle v_e \rangle = 0V$? Autour du « point de polarisation » $\langle v_e \rangle = \langle v_s \rangle = 0V$, quelle est « la dynamique de sortie » (la plage de tension pour laquelle l'amplificateur reste linéaire)? Augmenter la tension d'entrée à $v_{e,eff} = 10V$ et relever à l'oscilloscope la déformation sur la tension de sortie.

En restant en régime linéaire (par ex $v_{e,eff} = 1V$), mesurer le gain et le déphasage à f_0 . Vérifier rapidement la cohérence du comportement pour l'ensemble des fréquences d'intérêt de la partie 2.1.

Déterminer expérimentalement les valeurs de l'impédance d'entrée et de sortie pour ce montage.



En mesurant au multimètre la tension de sortie, explorer les fréquences au-delà des fréquences d'intérêt de la partie 2.1 pour déterminer la fréquence maximale pour laquelle une amplification de $K = -3$ est garantie. Faire de même à l'oscilloscope. Quelle est la source de la limite (retrouver cette information dans la documentation)?

2.4 Association du filtre et de l'amplificateur

A l'aide du gain du filtre déterminé dans la partie 2.1 du gain l'amplificateur déterminé dans la partie 2.3, dire quel est a priori le gain de l'ensemble associé pour un signal sinusoïdal de fréquence f_0 .

En s'appuyant sur la dynamique de sortie l'amplificateur déterminée dans la partie 2.3, dire ce que qui se passerait si l'on mettait un signal sinusoïdal de fréquence f_0 et de valeur efficace 5V à l'entrée d'un montage constitué de l'amplificateur placé en pré-amplificateur en amont suivi du filtre.

Nous commencerons donc par étudier le montage associé avec le filtre en amont.

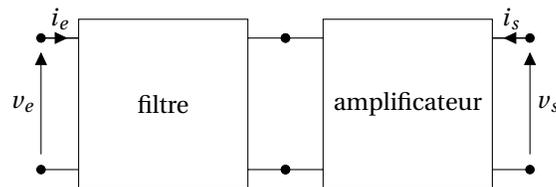


FIGURE 6: Association filtre en amont

Dans un premier temps le filtre sera placé en amont de l'amplificateur (amplification chez le récepteur) cf Fig.6. Les mesures sont similaires à celles de des parties 2.1 et 2.2 : mesure du gain et du déphasage à f_0 déterminé précédemment, recherche de la fréquence f_{0amont} à laquelle la phase s'annule - ou plutôt est à 180° avec l'amplificateur inverseur - (que l'on espère identique à f_0 !) et tracé de la réponse en fréquence de l'ensemble des fréquences d'intérêt de la partie 2.1. Conclure sur cette association du filtre et de l'amplificateur.

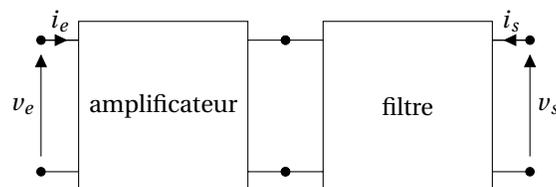


FIGURE 7: Association filtre en aval

Dans un deuxième temps le filtre sera placé en aval de l'amplificateur (pré-amplification chez l'émetteur) cf Fig.7. Les mesures sont les mêmes que précédemment. Conclure sur cette association du filtre et de l'amplificateur.

Comparer les résultats obtenus selon les deux associations pour trouver une explication sur la différence de comportement et conclure sur l'importance de certains paramètres du modèle pour la conception étage par étage.

2.5 Pour aller plus loin – le pont de Wien

Laisser le filtre en place, mais débrancher les entrées-sorties de l'amplificateur (laisser en place l'alimentation $\pm 10V$).

Brancher le montage d'un amplificateur comme à la Fig.8. Régler son gain à trois. Relever son impédance d'entrée et prédire la conséquence dans une association avec le filtre de la partie 2.1 en amont de cet amplificateur.

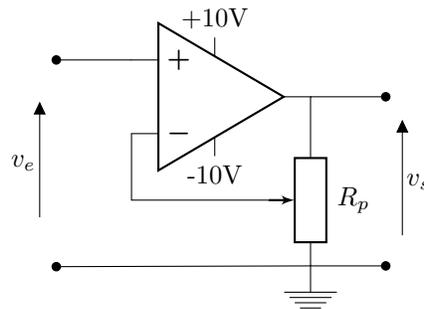


FIGURE 8: Un amplificateur de tension sans inversion.

Sur la Fig.9, identifier l'amplificateur et le filtre (indiquer leurs entrées et sorties), puis effectuer ce montage avec $R = 10k\Omega$; $C = 10nF$ et un potentiomètre de $10k\Omega$. Sans avoir un signal à l'entrée, mesurer le signal à la sortie du filtre ainsi que le signal à la sortie de l'amplificateur en mode temporel. Choisir le bon niveau de déclenchement pour avoir un signal stable (à choisir le plus élevé possible dans l'amplitude du signal).



Pour aller plus loin encore : (1) débrancher la sortie du filtre de l'entrée de l'amplificateur. Programmer à l'oscilloscope un déclenchement sur événement unique (*single*), puis rebrancher la sortie du filtre. (2) Mettre le déclenchement de l'oscilloscope en mode *normal* et débrancher la sortie du filtre de l'entrée de l'amplificateur. Décrire et analyser vos observations.

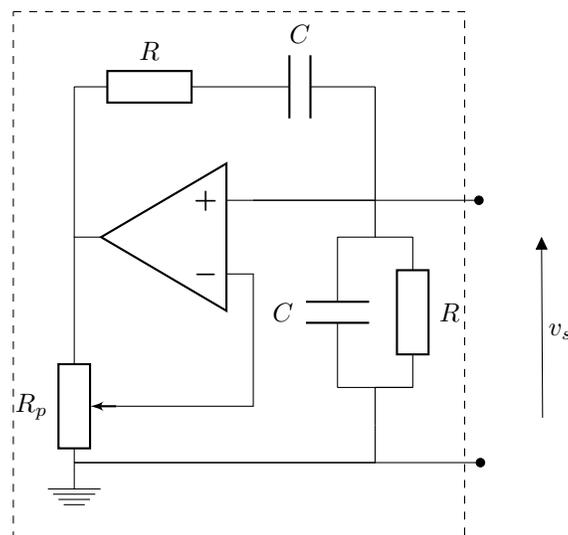


FIGURE 9: Un oscillateur en pont de Wien. Chose étrange : un signal de sortie sans signal en entrée !

A Représentation en série de Fourier

Le baron J.B. Fourier nous a confirmé que tout signal T -périodique¹ peut être représenté par une série trigonométrique. Soit $x(t)$ un tel signal, alors le baron Fourier revendique que celui-ci peut s'écrire comme

$$x(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_n e^{j2\pi n \frac{t}{T}}$$

où $c_n = c_{-n}^*$ pour un signal réel $x(t)$. Les coefficients inconnus se retrouvent par intégration

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-j2\pi n \frac{t}{T}} dt .$$

La représentation en série de Fourier est linéaire, car pour deux signaux de même² période $x_1(t)$ et $x_2(t)$ il suit

$$\alpha x_1(t) + \beta x_2(t) = \alpha \sum_{n \in \mathbb{N}} c_{1,n} e^{j2\pi n \frac{t}{T}} + \beta \sum_{n \in \mathbb{N}} c_{2,n} e^{j2\pi n \frac{t}{T}} = \sum_{n \in \mathbb{N}} (\alpha c_{1,n} + \beta c_{2,n}) e^{j2\pi n \frac{t}{T}} .$$

Exemple (Représentation d'un sinus en série de Fourier)

Soit $x(t) = \sin(2\pi f t) = \frac{e^{j2\pi f t} - e^{-j2\pi f t}}{2j} = \frac{e^{j2\pi f t}}{2j} - \frac{e^{-j2\pi f t}}{2j} = x_1(t) - x_2(t)$:

- sa période est de $T = f^{-1}$, car $x\left(t + \frac{1}{f}\right) = \sin\left(2\pi f \left(t + \frac{1}{f}\right)\right) = \sin(2\pi f t + 2\pi) = x(t)$
- ces coefficients de la série de Fourier sont donnés par

$$c_{1,n} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x_1(t) e^{j2\pi n t/T} dt = \frac{1}{2jT} \int_{-T/2}^{T/2} e^{j2\pi(f-n/T)t} dt = \begin{cases} \frac{1}{2j} & \text{si } n = fT = 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$c_{2,n} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x_2(t) e^{j2\pi n t/T} dt = \frac{1}{2jT} \int_{-T/2}^{T/2} e^{j2\pi(-f-n/T)t} dt = \begin{cases} \frac{1}{2j} & \text{si } n = -fT = -1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Et donc $x(t) = \sum_{n \in \mathbb{N}} (c_{1,n} - c_{2,n}) e^{j2\pi n t/T} = \frac{1}{2j} e^{j2\pi t/T} - \frac{1}{2j} e^{-j2\pi t/T}$, ce qui est effectivement une représentation de $x(t)$ basée sur une formule d'Euler.

1. ... et absolument intégrable sur une période ...

2. Plus généralement, il suffit que les périodes T_1 et T_2 sont telles que $\exists (m, n) \in \mathbb{N}^2$ pour lesquels $nT_1 = mT_2$.

Exemple (Représentation d'un créneau en série de Fourier)

Soit $y(t) = \begin{cases} \hat{v} & \text{si } \frac{t}{T} - \lfloor \frac{t}{T} \rfloor \leq \alpha \\ -\hat{v} & \text{sinon} \end{cases}$ où $\lfloor \cdot \rfloor$ est le plus grand entier inférieur ou égal à son argument :

- sa période est de $T = f^{-1}$, car $y(t+T) = \begin{cases} \hat{v} & \text{si } \frac{t+T}{T} - \lfloor \frac{t+T}{T} \rfloor \leq \alpha \\ -\hat{v} & \text{sinon} \end{cases}$, mais $\frac{t+T}{T} - \lfloor \frac{t+T}{T} \rfloor = \frac{t}{T} + 1 - \lfloor \frac{t}{T} + 1 \rfloor = \frac{t}{T} - \lfloor \frac{t}{T} \rfloor$, donc $y(t+T) = y(t)$, $\forall t$
- ces coefficients de la série de Fourier sont donnés par

$$\begin{aligned} \forall n \neq 0 : c_n &= \frac{1}{T} \left(\int_0^{\alpha T} \hat{v} e^{-j2\pi n t/T} dt + \int_{\alpha T}^T (-\hat{v}) e^{-j2\pi n t/T} dt \right) \\ &= \frac{\hat{v}}{T} \left(T \frac{e^{-j2\pi n t/T}}{-j2\pi n} \Big|_0^{\alpha T} - T \frac{e^{-j2\pi n t/T}}{-j2\pi n} \Big|_{\alpha T}^T \right) \\ &= 2 \frac{\hat{v}}{\pi n} \frac{1 - e^{-j2\pi n \alpha}}{2j} \\ &= 2 \frac{\hat{v}}{\pi n} e^{-j\pi n \alpha} \frac{e^{j\pi n \alpha} - e^{-j\pi n \alpha}}{2j} = 2 \frac{\hat{v}}{\pi n} e^{-j\pi n \alpha} \sin(\pi n \alpha) \end{aligned}$$

et $c_0 = \frac{1}{T} \left(\int_0^{\alpha T} \hat{v} dt + \int_{\alpha T}^T (-\hat{v}) dt \right) = (2\alpha - 1) \hat{v}$. En suit : $y(t) = \hat{v} \left((2\alpha - 1) + \frac{2}{\pi} \sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{1}{n} \sin(\pi n \alpha) e^{j2\pi n/T(t - \alpha T/2)} \right)$.

B Transmission de puissance

Soit i_e le courant dans l'impédance et $\frac{1}{2}(Z_e + Z_e^*)$ la partie réelle de l'impédance d'entrée du second bloc. La puissance dissipée peut alors être écrite comme $P_e = |i_s|^2 \frac{1}{2}(Z_e + Z_e^*) = \frac{|v_e|^2}{|Z_s + Z_e|^2} \frac{1}{2}(Z_e + Z_e^*)$. La puissance étant positive et s'annulant pour $Z_e = 0$ ou pour $Z_e \rightarrow +\infty$, le maximum est atteint quand $\frac{\partial}{\partial Z_e} P_e = 0$:

$$\frac{|v_e|^2}{2|Z_s + Z_e|^2} \left(1 - \frac{Z_e + Z_e^*}{(Z_s + Z_e)^*} \right) = 0 \implies Z_e = Z_s^*$$