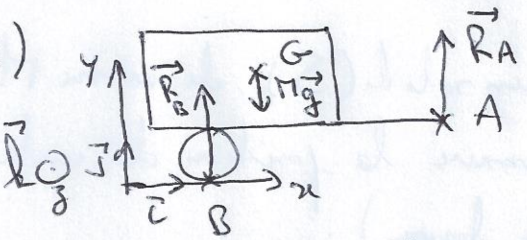
Correction TD Dynamique n°3

1)



On isole la remorque et on fait le bilan des forces qui s'exercent sur elle :
- son poids $M\vec{g}$
- la réaction en A (verticale ascendante) $\vec{R}_A$
- la réaction du sol (verticale ascendante car pas de frottement) $\vec{R}_B$

Loi fondamentale de la Statique $/R_g$

$$[F_{ext}(S)] = [0]$$

$$\begin{cases} \vec{R}_A + \vec{R}_B + M\vec{g} = \vec{0} & \text{(équation en résultante)} \\ \vec{\mathcal{M}}_B[F_{ext}(S)] = \vec{0} & \text{(équation en moment)} \iff \vec{BG} \wedge M\vec{g} + \vec{BA} \wedge \vec{R}_A = \vec{0} \end{cases}$$

équation en moment : $(L_1\vec{i} + H_1\vec{j}) \wedge (-Mg\vec{j}) + ((L_1+L_2)\vec{i} + H_2\vec{j}) \wedge (+R_A\vec{j}) = 0$

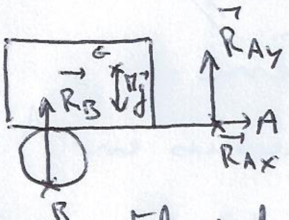
$$(-ML_1 g + (L_1+L_2)R_A)\vec{k} = \vec{0}$$

Projection de l'équation en résultante sur $\vec{j}$: $R_A + R_B - Mg = 0$

Projection de l'équation en moment sur $\vec{k}$: $(L_1+L_2)R_A - L_1 Mg = 0$

$$\boxed{R_A = \frac{L_1}{L_1+L_2}Mg} \quad R_B = \boxed{\frac{L_2}{L_1+L_2}Mg}$$

2a)



Bilan des forces :
- $M\vec{g}$
- $\vec{R}_B$ (verticale ascendante car pas de frottement)
- $\vec{R}_A : R_{Ax}\vec{i} + R_{Ay}\vec{j}$

Loi fondamentale de la Dynamique $/R_g$

$$[D(S/R_g)] = [F_{ext}(S)] \iff \begin{cases} M\vec{a} = M\vec{g} + \vec{R}_B + R_{Ax}\vec{i} + R_{Ay}\vec{j} \\ \vec{\mathcal{M}}_A[D(S/R_g)] = \vec{\mathcal{M}}_A[F_{ext}(S)] \end{cases}$$

$$\vec{\mathcal{M}}_A[D(S/R_g)] = \left.\frac{d}{dt}\right|_{R_g} \vec{\mathcal{M}}_A[C(S/R_g)] = \left.\frac{d}{dt}\right|_{R_g}\left(M\vec{AG} \wedge \vec{V}(G/R_g)\right) = M\vec{AG} \wedge \vec{a}$$

$$= M(-L_2\vec{i} + (H_1-H_2)\vec{j}) \wedge a\vec{i} = -M(H_1-H_2)a\vec{k}$$

$$\vec{\mathcal{M}}_A[F_{ext}(S)] = \vec{AG} \wedge M\vec{g} + \vec{AB} \wedge \vec{R}_B = (-L_2\vec{i} + (H_1-H_2)\vec{j}) \wedge -Mg\vec{j} + (-(L_1+L_2)\vec{i} - H_2\vec{j}) \wedge R_B\vec{j}$$

$$= L_2 Mg\vec{k} - (L_1+L_2)R_B\vec{k}$$

Projection de l'équation en résultante sur $\vec{i}$: $\boxed{Ma = R_{Ax}}$

$\vec{j}$: $R_B + R_{Ay} - Mg = 0$

Projection de l'équation en moment sur $\vec{k}$: $-M(H_1-H_2)a = L_2 Mg - (L_1+L_2)R_B$

D'où $\boxed{R_B = \underbrace{\frac{L_2}{L_1+L_2}Mg}_{\text{Statique}} + \frac{M(H_1-H_2)a}{L_1+L_2}}$ et $\boxed{R_{Ay} = \underbrace{\frac{L_1}{L_1+L_2}Mg}_{\text{Statique}} - \frac{M(H_1-H_2)a}{L_1+L_2}}$