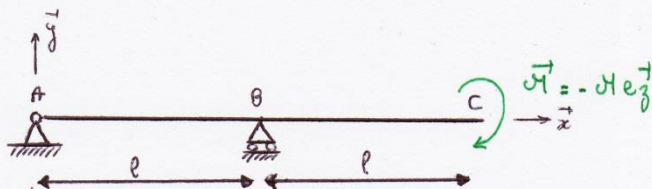


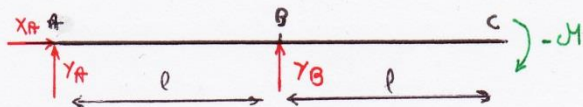
Exercice 2 :

ce problème est équivalent à la structure suivante :



① Traçé des diagrammes T_y et M_f_z

Il faut d'abord connaître les inconnues de liaison :



$$\text{Réo } \vec{i}_x : X_A = 0 \quad (1)$$

$$\vec{i}_y : Y_A + Y_B = 0 \quad (2)$$

$$\text{Eq Hr en A } \vec{i}_z : +l \cdot Y_B - M = 0 \quad (3)$$

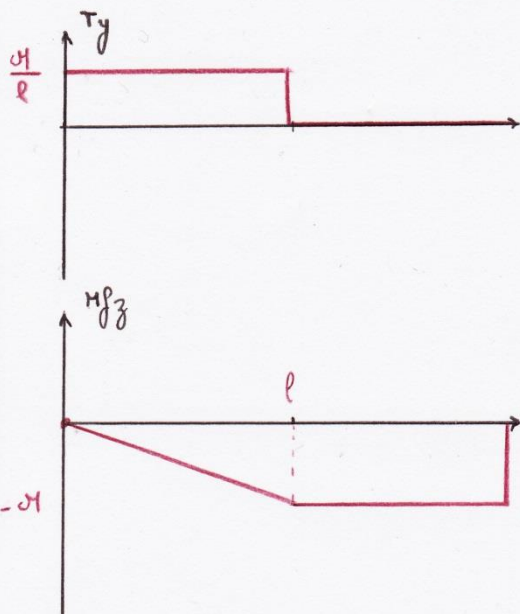
$$(3) \Rightarrow Y_B = \frac{M}{l}$$

$$\text{dans (2)} \Rightarrow Y_A = -Y_B = -\frac{M}{l}$$

Finalement,

$$\begin{aligned} X_A &= 0 \\ Y_A &= -\frac{M}{l} \\ Y_B &= \frac{M}{l} \end{aligned}$$

On peut alors tracer les diagrammes des efforts intérieurs :

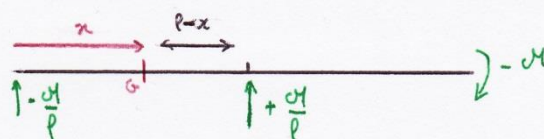


En effet,

* pour $x \in [l; 2l]$:

$$M_f_z = -M$$

* pour $x \in [0; l]$:



$$M_f_z = -M + \frac{l-x}{l} M \quad \text{" + ce qui est à droite "}$$

$$M_f_z = -\frac{x}{l} M$$

directement avec " - ce qui est à gauche ".

② Calcul de la déformée

Il y a deux cas à étudier :

* $x \in [l; 2l]$:

$$EI \frac{d^2 u}{dx^2} = M g z = -M$$

$$EI \frac{du}{dx} = -Mx + A \quad (4)$$

$$EI u(x) = -\frac{Mx^2}{2} + Ax + B \quad (5)$$

* $x \in [0; l]$:

$$EI \frac{d^2 u}{dx^2} = -\frac{M}{l} x$$

$$EI \frac{du}{dx} = -\frac{M}{2l} x^2 + A' \quad (6)$$

$$EI u(x) = -\frac{M}{6l} x^3 + A'x + B' \quad (7)$$

Conditions aux limites :

• $u(0) = 0$ donc dans (7) $\Rightarrow B' = 0$

• $u(l^-) = 0$ donc dans (7) $\Rightarrow -\frac{M}{6l} l^3 + A'l = 0$
 $\Leftrightarrow A' = +\frac{Ml}{6}$

• $u'(l^-) = u'(l^+)$ donc (4) et (6) $\Rightarrow -Ml + A = -\frac{M}{2l} l^2 + A'$
 $\Leftrightarrow A - A' = \frac{Ml}{2}$
 $\Leftrightarrow A = \frac{Ml}{2} + \frac{Ml}{6}$
 $\Leftrightarrow A = \frac{4Ml}{6} = \frac{2}{3}Ml$

• $u(l^+) = 0$ donc dans (5) $\Rightarrow -\frac{Ml^2}{2} + \frac{2Ml^2}{3} + B = 0$
 $\Leftrightarrow B = -\frac{Ml^2}{6}$

Finalement, on a

$EI u(x) = -\frac{M}{6l} x^3 + \frac{Ml}{6} x \quad \text{pour } x \in [0; l]$ $EI u(x) = -\frac{M}{2} x^2 + \frac{2}{3}Ml x - \frac{Ml^2}{6} \quad \text{pour } x \in [l; 2l]$

③ Détermination des déplacements et notations en A, B et C

Immédiatement, on a pour les déplacements

$$u(A) = u(0) = 0$$

$$u(B) = u(l) = 0$$

$$u(C) = u(2l) = \left(-\frac{M}{2} (2l)^2 + \frac{2}{3}Ml \times 2l - \frac{Ml^2}{6} \right) \times \frac{1}{EI} = -\frac{5Ml^2}{6EI}$$