6 Le moment d'une force

6.1 Sens de rotation

En physique, pour indiquer le sens de rotation d'un corps, on utilise le *sens trigonométrique* (encore appelé *sens géométrique*).

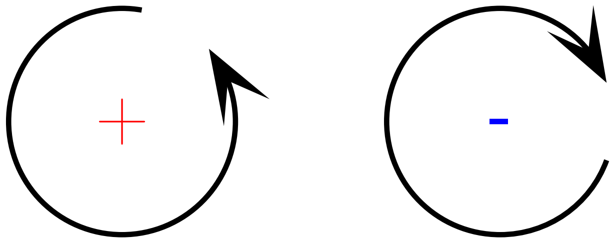

FIGURE I.22 – Sens de rotation trigonométrique

Le sens trigonométrique *positif* correspond au *sens de rotation contraire* à celui des aiguilles d'une montre.
Le sens trigonométrique *négatif* correspond au *sens de rotation identique* à celui des aiguilles d'une montre.

6.2 Expérience d'introduction

Un disque peut tourner librement autour d'un axe horizontal passant par son centre. On peut accrocher des masses à différents points du disque.

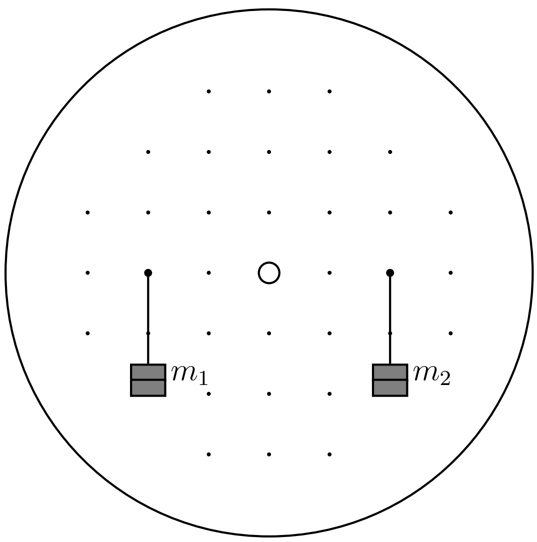

FIGURE I.23 – Disque - Situation 1

Situation 1 :
Accrochons deux masses de 200g, m_1 et m_2, telles que leurs points d'application se trouvent horizontalement alignés avec l'axe de rotation et qu'ils se trouvent à distance égale de cet axe (v. fig. I.23).

On constate : lorsqu'on lâche le disque, il reste au repos. Il est en *équilibre de rotation.*

Situation 2 :
Déplaçons m_2 vers la droite (fig I.24) :

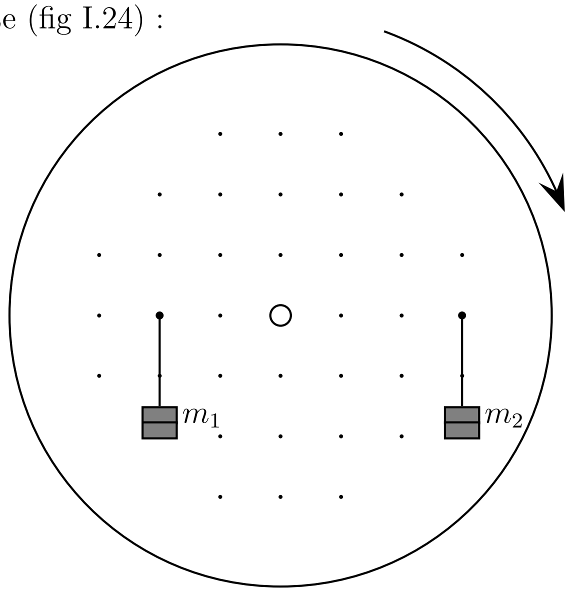

FIGURE I.24 – Disque - Situation 2

On constate : lorsqu'on lâche le disque, il commence à tourner dans le sens négatif (-).

Situation 3 :
Maintenant, déplaçons m_2 vers la gauche (par rapport sa position initiale, v. fig. I.25) :

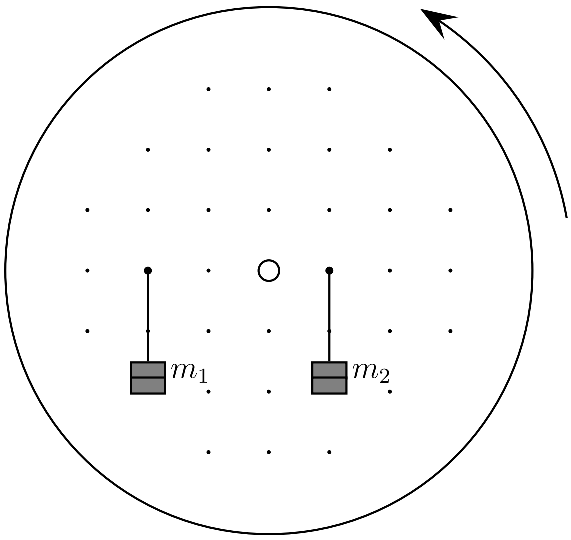

FIGURE I.25 – Disque - Situation 3

On constate : lorsqu'on lâche le disque, il commence à tourner dans le sens positif (+).

<u>Situation 4 :</u>
Maintenant, déplaçons m_2 verticalement vers le bas (par rapport sa position initiale, v. fig. I.26) :

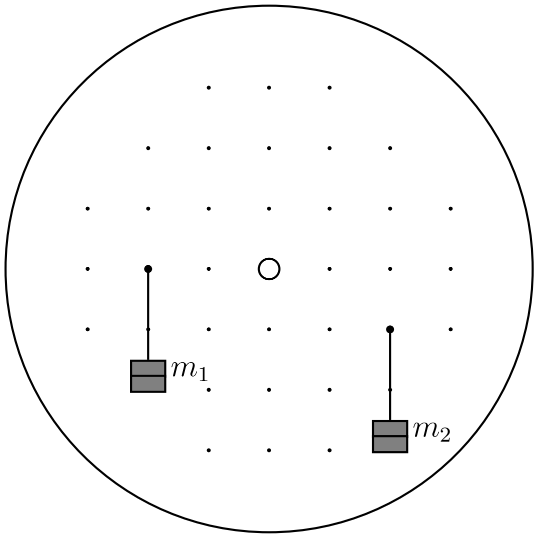

FIGURE I.26 – Disque - Situation 4

On constate : lorsqu'on lâche le disque, il ne tourne pas. Il est en équilibre de rotation.

<u>Situation 5 :</u>
Finalement, plaçons une masse $m_2' = 300$ g à l'endroit initial de m_2 (v. fig. I.27) :

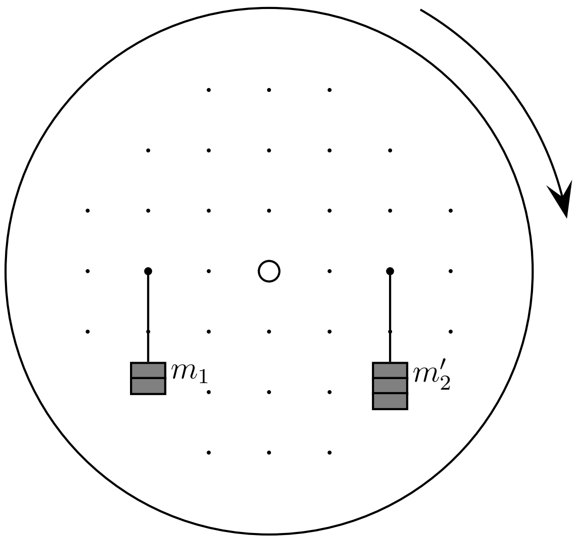

FIGURE I.27 – Disque - Situation 5

On constate : lorsqu'on lâche le disque, il tourne dans le sens négatif (-).

Exploitation :

Ajoutons les vecteurs force des poids sur toutes les figures (échelle 1 cm$\hat{=}$100 N).

Dans la *situation 1*, les masses exercent deux forces égales sur le disque (leurs poids $\vec{P}_1$ et $\vec{P}_2$: ils ont même norme, même sens et même direction). Le disque est en équilibre de rotation.

Dans les *situations 2 et 3*, ce sont les mêmes forces qui s'exercent sur le disque. Mais comme le disque n'est plus en équilibre de rotation (il commence à tourner), c'est la distance des forces à l'axe de rotation qui doit jouer un rôle.

Dans la *situation 4*, la distance de l'origine du poids de m_2 à l'axe de rotation est plus grande que dans la *situation 1*. Pourtant, le solide reste toujours en équilibre. Ce n'est donc pas la distance entre l'origine des forces et l'axe de rotation qu'il faut considérer !
Cependant, la distance entre la *ligne d'action* des deux forces à l'axe de rotation est la même ! Et en effet, c'est cette distance qu'il faut considérer en analysant l'effet de rotation d'une force sur un corps ! Cette distance portera le nom de *«bras de levier»*.

Dans la *situation 5*, la distance des lignes d'action des deux poids à l'axe de rotation est la même. Cependant, la norme des forces n'est pas identique. La norme d'une force appliquée sur un objet a donc une influence sur la rotation de l'objet autour d'un axe.

Résumé :

L'expérience a montré que l'effet de rotation d'une force sur un corps dépend
- de la norme de la force
- de la distance de la ligne d'action de la force à l'axe de rotation

6.3 Le bras de levier

Définition :

On appelle *«bras de levier» a* d'une force $\vec{F}$ par rapport à un axe de rotation Δ la distance entre la ligne d'action de $\vec{F}$ et l'axe de rotation.
C'est la longueur du segment qui lie l'axe Δ à la ligne d'action de la force, le segment étant perpendiculaire à cette ligne d'action.

Unité SI :

Comme le bras de levier est une distance, son unité SI est le mètre (m).

Exemples :

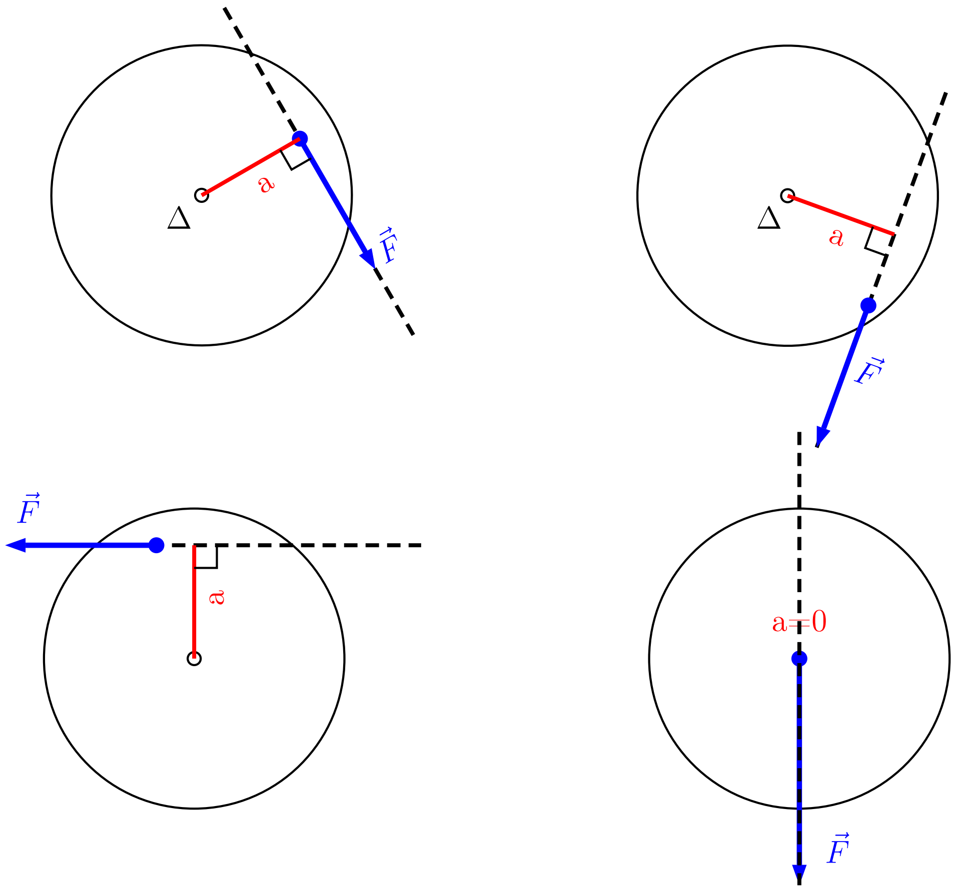

FIGURE I.28 – Exemples de bras de levier

6.4 Le moment d'une force

Définition :

On appelle moment d'une force $\vec{F}$ par rapport à un axe de rotation Δ le produit de la norme F de la force et de son bras de levier a. Symbole : $M_\Delta(\vec{F})$
$M_\Delta(\vec{F}) = \pm F \cdot a$

Unité SI :

Comme l'unité SI de la norme d'une force est le Newton, celle du bras de levier étant le mètre, l'unité SI du moment d'une force est le *«Newton mètre»* ($N \cdot m$ ou Nm).

Une force de norme F=1 N, dont le bras de levier vaut a=1 m exerce donc sur un corps un moment égal à : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = 1\ \text{N} \cdot 1\ \text{m} = 1\ \text{Nm}$

Signe d'un moment de rotation :

Si une force fait tourner un objet dans le *sens* trigonométrique *positif*, son moment est un *moment positif* : $M_\Delta(\vec{F}) = F \cdot a$
Si une force fait tourner un objet dans le *sens* trigonométrique *négatif*, son moment est un *moment négatif* : $M_\Delta(\vec{F}) = -F \cdot a$

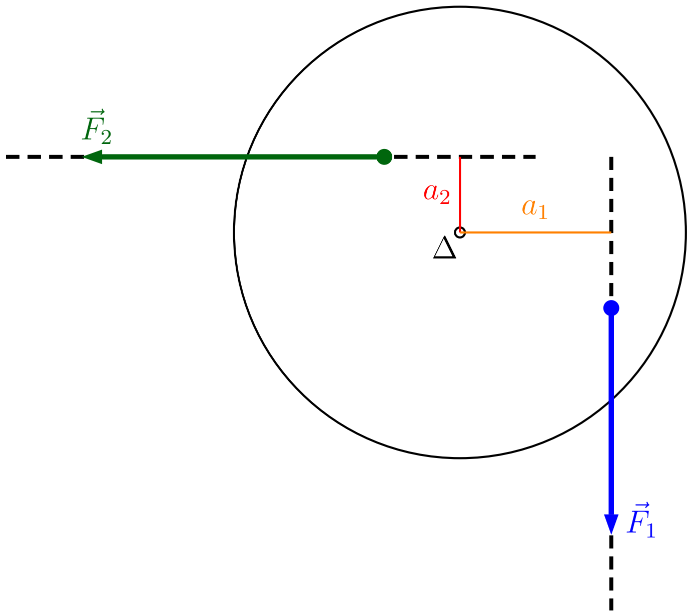

FIGURE I.29 – Moment positif, moment négatif

Dans l'exemple de la figure :

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_1) = -F_1 \cdot a_1 \quad \text{(moment négatif)}$$
$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_2) = F_2 \cdot a_2 \quad \text{(moment positif)}$$

Remarque : Toute force dont la ligne d'action passe par l'axe de rotation a un moment zéro (cf. fig I.28). Ces forces ne peuvent donc pas entraîner une rotation !

6.5 Equilibre d'un solide en rotation

Si la somme des moments de toutes les forces qui s'appliquent à un solide au repos est positive, le solide va commencer à tourner dans le sens positif.

$$\sum_{i=1}^{N} \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_i) > 0 \Leftrightarrow \text{rotation dans le sens positif}$$

Si la somme des moments de toutes les forces qui s'appliquent à un solide au repos est négative, le solide va commener à tourner dans le sens négatif.

$$\sum_{i=1}^{N} \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_i) < 0 \Leftrightarrow \text{rotation dans le sens négatif}$$

Il s'en suit la «loi d'équilibre pour un corps en rotation» :

> Un solide qui peut tourner autour d'un axe est en équilibre de rotation si et seulement si la somme des moments de toutes les forces qui s'appliquent au solide vaut nulle.

$$\text{équilibre de rotation} \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{N} \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_i) = 0$$

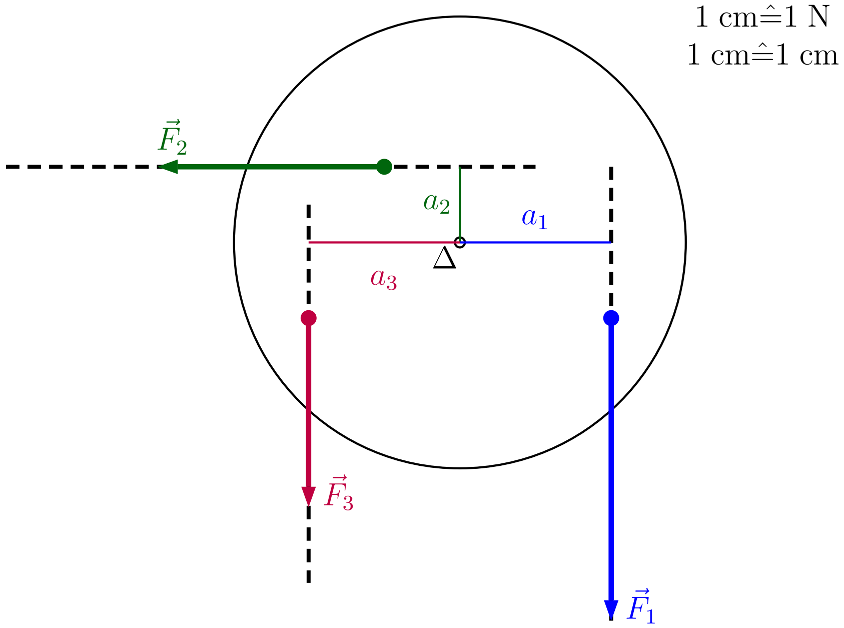

FIGURE I.30 – Equilibre de rotation

Dans l'exemple de la figure I.30 :

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_1) &= -F_1 \cdot a_1 = -4\ \mathrm{N} \cdot 2\ \mathrm{cm} = -8\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{cm} = -0,08\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m} \\
\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_2) &= +F_2 \cdot a_2 = 3\ \mathrm{N} \cdot 1\ \mathrm{cm} = 3\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{cm} = 0,03\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m} \\
\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_3) &= +F_3 \cdot a_3 = 2,5\ \mathrm{N} \cdot 2\ \mathrm{cm} = 5\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{cm} = 0,05\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}
\end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^{3} \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_i) = -0,08\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m} + 0,03\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m} + 0,05\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m} = 0$$

Le solide est en équilibre de rotation !

6.6 Les leviers

6.6.1 La loi du levier

Un levier est une barre rigide qui peut tourner autour d'un axe.

Accrochons un corps de masse m=200g à un dynamomètre :

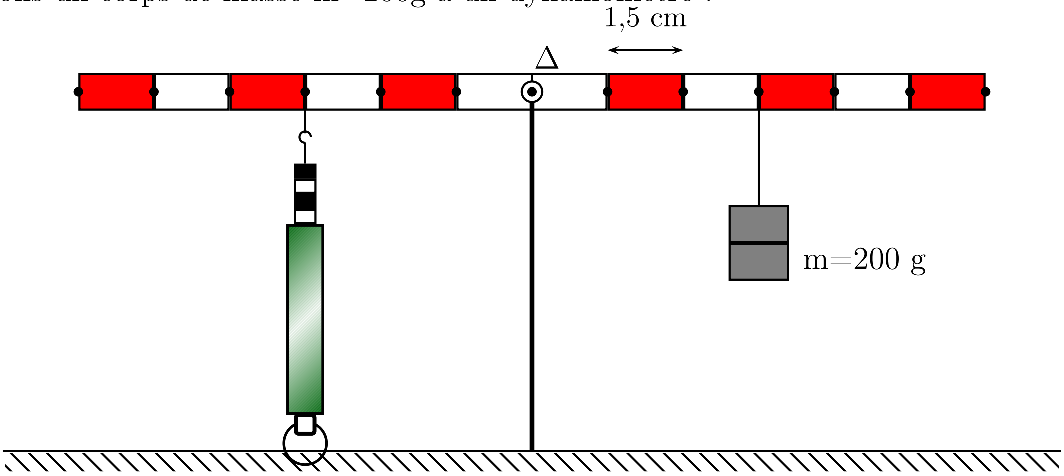

FIGURE I.31 – Masse accrochée à un levier en équilibre

A l'aide du dynamomètre, on mesure la force nécessaire à appliquer au levier pour maintenir l'équilibre.

Le corps exerce la force $\vec{F_1}$ (égale à son poids : $\vec{F_1} = \vec{P}$ et $F_1 = P$) sur le levier. Son bras de levier est la distance a_1. Le dynamomètre exerce la force $\vec{F_0}$ sur le levier. Son bras de levier est la distance a_0.

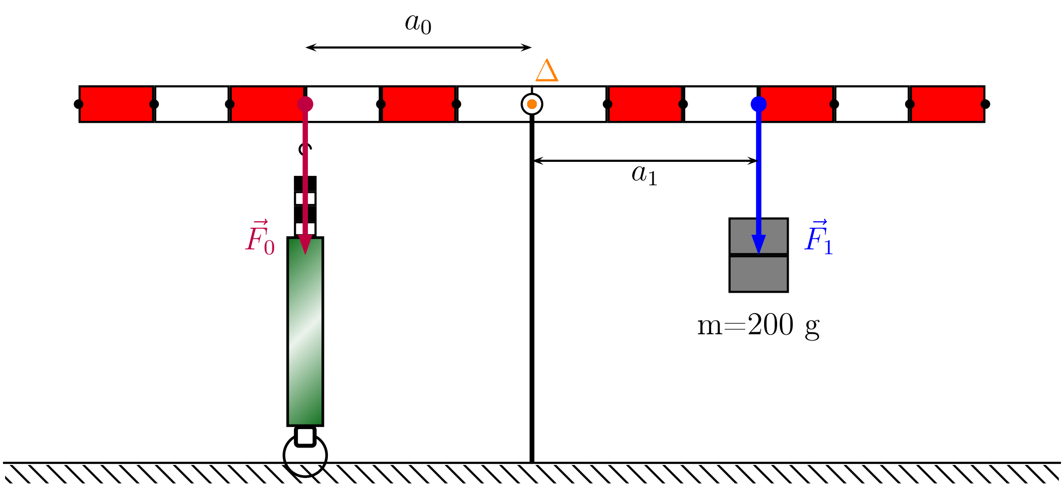

FIGURE I.32 – Levier en équilibre sous l'action de 2 forces

Mesurons la norme de la force $\vec{F_0}$ nécessaire à l'équilibre pour différents points d'accrochage du corps et du dynamomètre, c'est-à-dire pour différents bras de levier a_0 et a_1 :

$F_0(N)$	$a_0(m)$	$F_1(N)$	$a_1(m)$	$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_0})(Nm)$	$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1})(Nm)$	$\sum \mathcal{M}_\Delta(Nm)$

On constate :

Un levier (tout comme n'importe quel autre corps en rotation) est en équilibre sous l'action de deux forces si et seulement si la somme des moments des deux forces vaut nulle.

Pour un levier en équilibre sous l'action de deux forces $\vec{F_0}$ et $\vec{F_1}$, on a donc :

$$\begin{array}{rc} & \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_0}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1}) = 0 \\ \Leftrightarrow & F_0 \cdot a_0 - F_1 \cdot a_1 = 0 \\ \Leftrightarrow & F_0 \cdot a_0 = F_1 \cdot a_1 \\ \Leftrightarrow & F_0 = F_1 \cdot \frac{a_1}{a_0} \\ \textit{ou encore :} & \frac{F_0}{F_1} = \frac{a_1}{a_0} \end{array}$$

C'est la *loi du levier* !

- si $a_0 > a_1$, alors $F_0 < F_1$: pour équilibrer le levier, F_0 doit être *moins grande* que F_1
- si $a_0 = a_1$, alors $F_0 = F_1$: pour équilibrer le levier, F_0 doit être *égale* à F_1
- si $a_0 < a_1$, alors $F_0 > F_1$: pour équilibrer le levier, F_0 doit être *plus grande* que F_1

Exemples :

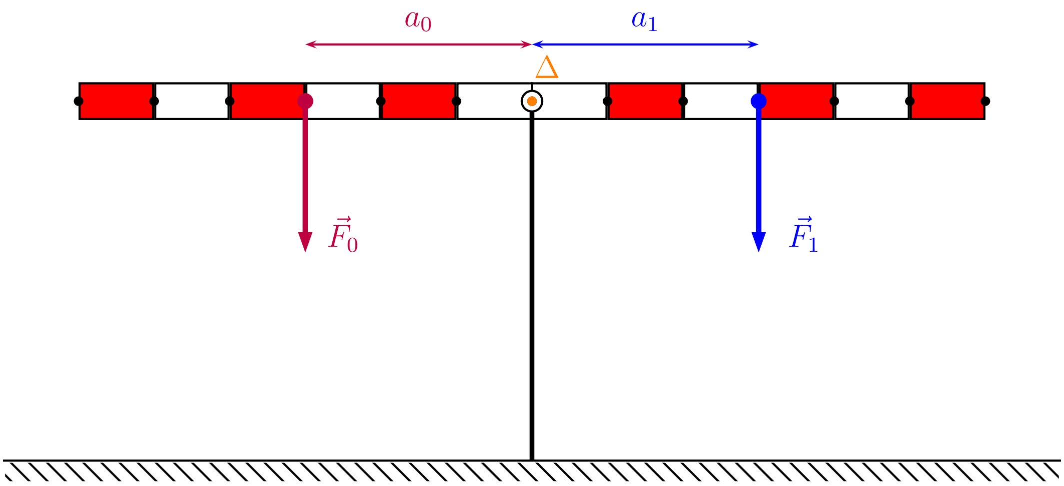

FIGURE I.33 – Levier en équilibre / $a_0 = a_1 \; : \; F_0 = F_1$

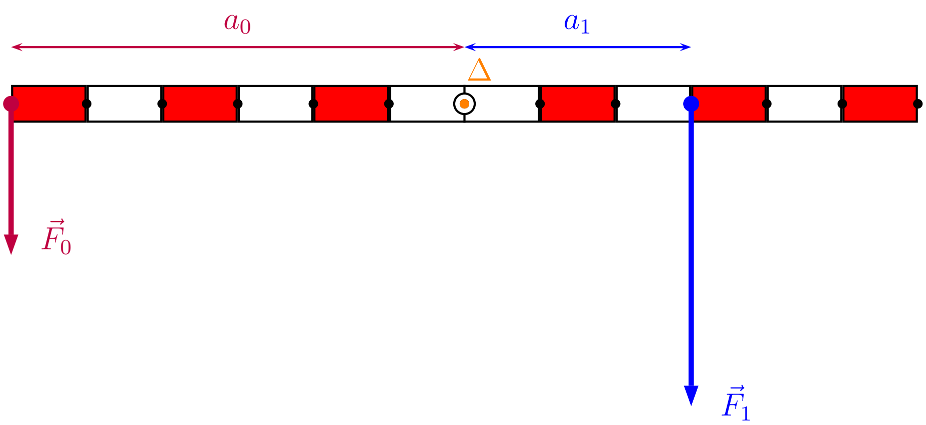

FIGURE I.34 – Levier en équilibre / $a_0 = 2 \cdot a_1 \; : \; F_0 = \frac{1}{2} \cdot F_1$

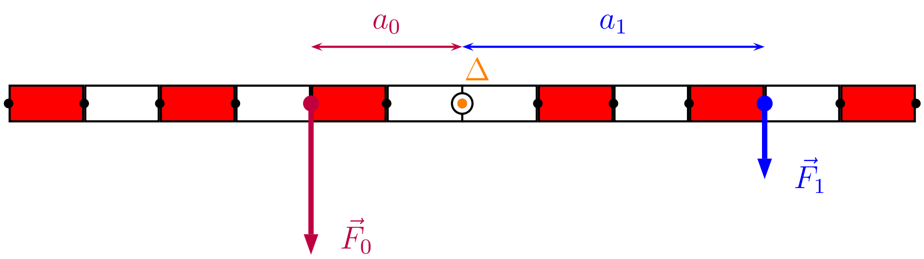

FIGURE I.35 – Levier en équilibre / $a_0 = \frac{1}{2} \cdot a_1$: $F_0 = 2 \cdot F_1$

6.6.2 Applications pratiques des leviers

Dans l'expérience précédente, le levier a été en équilibre sous l'action des deux forces $\vec{F}_0$ et $\vec{F}_1$.

$\vec{F}_1$ est la force appliquée *par le corps* et *sur le levier*. Mais, d'après le principe des actions réciproques, le levier réagit et exerce la force $\vec{F}_2$ *sur le corps* tel que $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$ et $F_2 = F_1$.

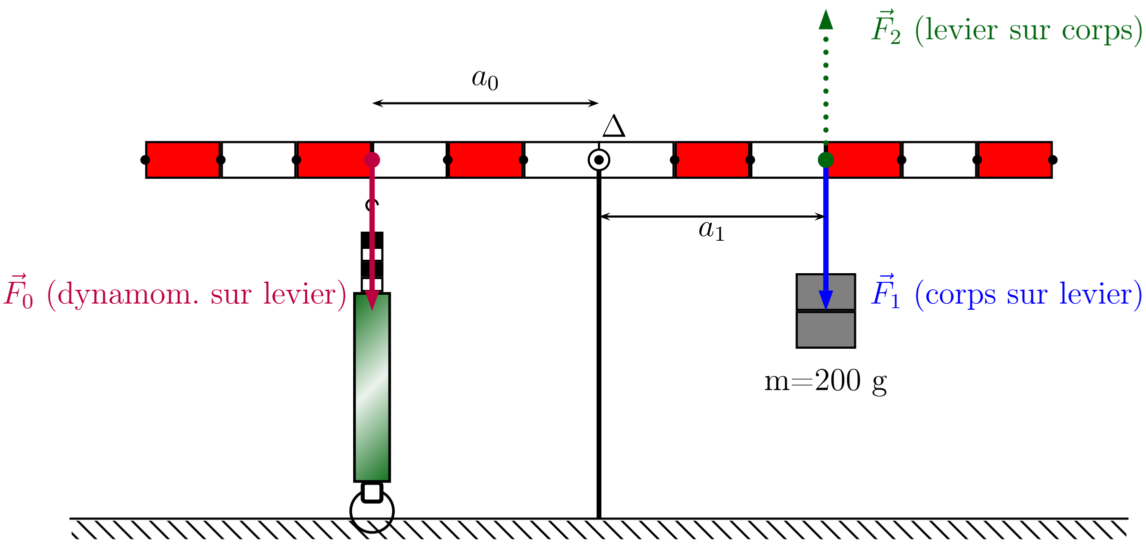

FIGURE I.36 – Forces entre objet et levier

D'après la loi des leviers :

$$F_1 = F_0 \cdot \frac{a_0}{a_1}$$
$$\textit{donc :} \quad F_2 = F_0 \cdot \frac{a_0}{a_1}$$

Si $a_0 > a_1$, alors $F_2 > F_0$: le levier est devenu un amplificateur de forces.

Exemples :

1. Les tenailles :

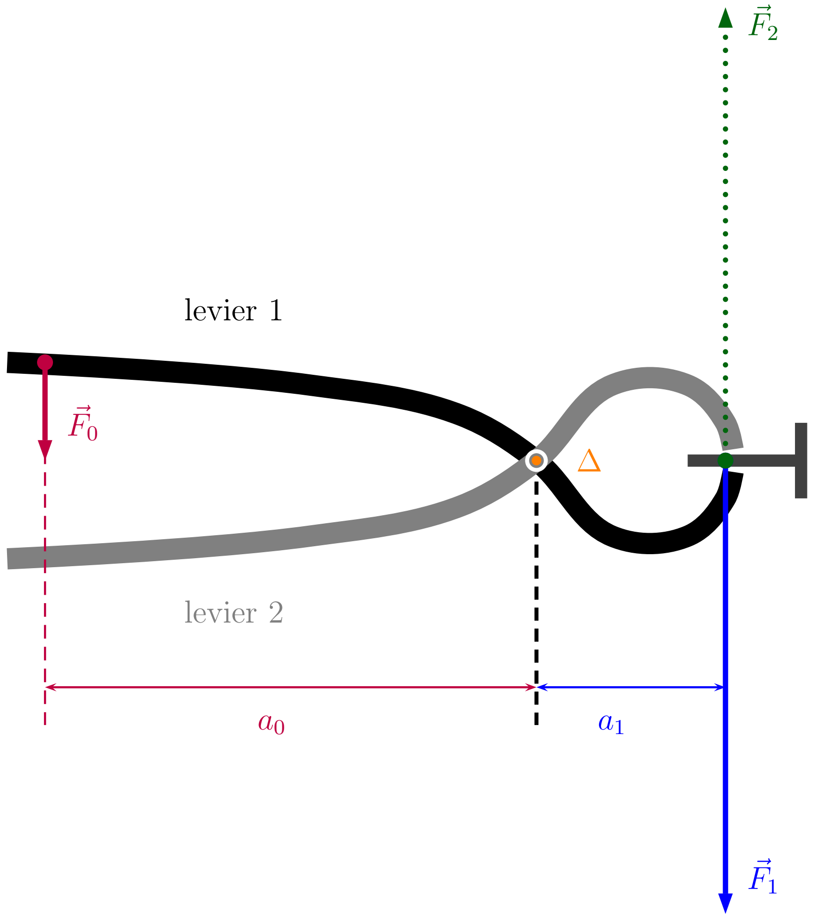

FIGURE I.37 – Les tenailles

Le levier 1 est en équilibre sous l'action de deux forces :

— la force $\vec{F}_0$, exercée par l'opérateur sur la manche
— la force $\vec{F}_1$ exercée par le clou sur le bec

La force $\vec{F}_1$ étant exercée par le clou sur le levier, le levier *réagit* et exerce la force $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$ sur le clou. C'est finalement cette force $\vec{F}_2$ qui fait percer le clou.
Et comme $a_0 > a_1$, $F_2 > F_0$.

2. Ouvrir le couvercle coincé d'une boîte de peinture par un tourne-vis :

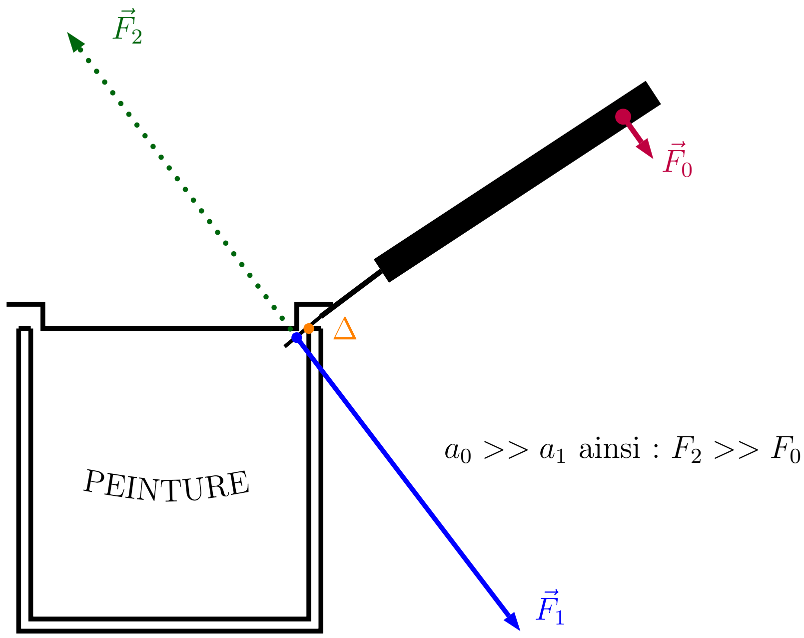

FIGURE I.38 – Ouverture d'une boîte de peinture par un tourne-vis

Le tourne-vis est en équilibre sous l'action de deux forces :

— la force $\vec{F}_0$, exercée par l'opérateur sur la poignée
— la force $\vec{F}_1$ exercée par le couvercle sur la pointe

La force $\vec{F}_1$ étant exercée par le couvercle sur la pointe, la pointe *réagit* et exerce la force $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$ sur le couvercle. C'est finalement cette force $\vec{F}_2$ qui fait bouger le couvercle.

3. Soulever une charge par une brouette :

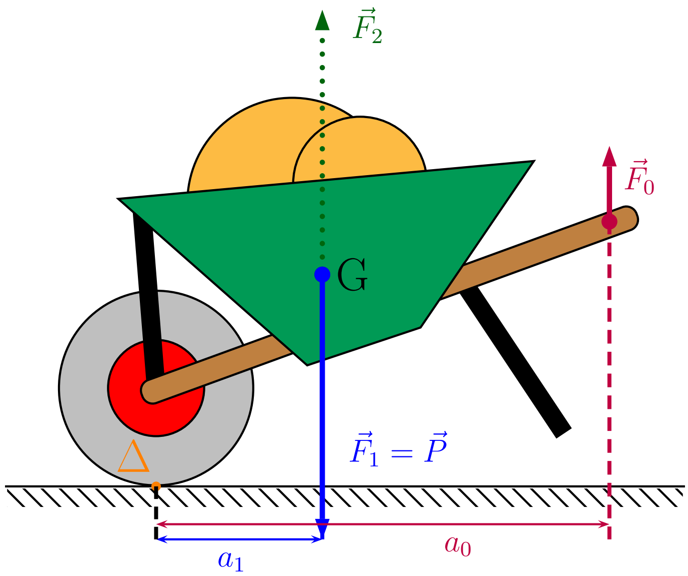

FIGURE I.39 – La brouette

La brouette soulevée est en équilibre sous l'action de deux forces :

— la force $\vec{F}_0$, exercée par l'opérateur sur la manche
— la force $\vec{F}_1$, égale au poids de la charge exercé sur la brouette

La force $\vec{F}_1$ étant exercée par la charge sur la brouette, la brouette *réagit* et exerce la force $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$ sur la charge. C'est finalement cette force $\vec{F}_2$ qui soulève la charge.

4. Le casse-noisettes :

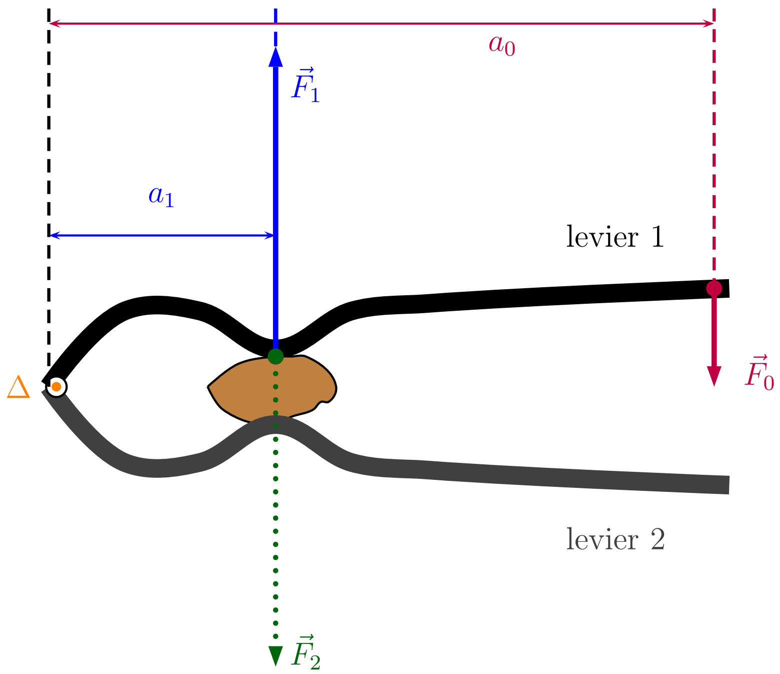

FIGURE I.40 – Le casse-noisettes

La levier 1 du casse-noisettes est en équilibre sous l'action de deux forces :

—
—

La force $\vec{F}_1$ étant exercée par ________________ sur _____________, ____________ *réagit* et exerce la force $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$ sur ______________. C'est finalement cette force $\vec{F}_2$ qui __________________.

Et comme $a_0 > a_1$, _____________.